Série 1 :

ch5 : p177à184 (limites) 26, 29 , 40*, 42, 44, 57*, 90

ch6 :p199à205 (continuité) 17*,18,19, 20,21, 29,30,37,38*,63*

ch7 : p222 à 230 (dérivation) 16, 18, 37, 40, 41, 52, 56*, 60, 62*

26 Déterminer les limites à gauche et à droite de chaque fonction lorsque x tend vers a.

1. $f : x \mapsto \dfrac{x^3-2x^2}{(x-1)^2}$; $a=1$ **2.** $g : x \mapsto \dfrac{5x+2}{x+4}$; $a=-4$

3. $h : x \mapsto \dfrac{1}{x^2-1}$; $a=-1$ **4.** $k : x \mapsto \dfrac{2}{\sqrt{x}-2}$; $a=4$

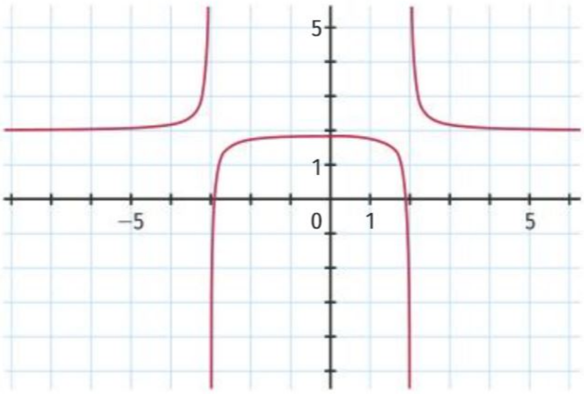
40 [Communiquer.]

On donne ci-dessous la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathcal{D}_f$.

1. Déterminer graphiquement $\mathcal{D}_f$.

2. Conjecturer le tableau de variations de f sur $\mathcal{D}_f$ ainsi que les limites éventuelles de f aux bornes de $\mathcal{D}_f$.

3. Déterminer une équation de chacune des éventuelles asymptotes.



44 GEOGEBRA [Représenter.]

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $f(x) = \dfrac{3x^3-x+1}{x^3-8}$.

1. Représenter graphiquement cette fonction en utilisant GeoGebra ou la calculatrice.

2. Quelles limites peut-on conjecturer ?

3. Donner les équations des éventuelles asymptotes.

90 [Calculer, Raisonner.]

1. Soit f la fonction définie sur l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ par $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+5}$.

a. Donner l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de f.

b. Déterminer les limites de f aux bornes de $\mathcal{D}_f$.

c. Interpréter graphiquement ces résultats.

2. Soit g la fonction définie par $g(x) = \dfrac{-3x+7}{2x+1}$.

a. Donner l'ensemble de définition $\mathcal{D}_g$ de g.

b. Déterminer les limites de g aux bornes de $\mathcal{D}_g$.

c. Interpréter graphiquement ces résultats.

29 Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ vérifiant, pour tout réel x, $x-2 \leqslant f(x) \leqslant x+2$. Que peut-on en déduire pour les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$?

42 [Représenter.]

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{-1 ; 2\}$ dont on donne le tableau de variations ci-dessous.

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
f	0	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$-\frac{1}{4}$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0

1. Déterminer les limites (ou limite à droite et à gauche) de f en $-\infty$, $+\infty$, -1 et 2.

2. Donner une équation de chaque asymptote.

3. Tracer une représentation graphique possible de la fonction f.

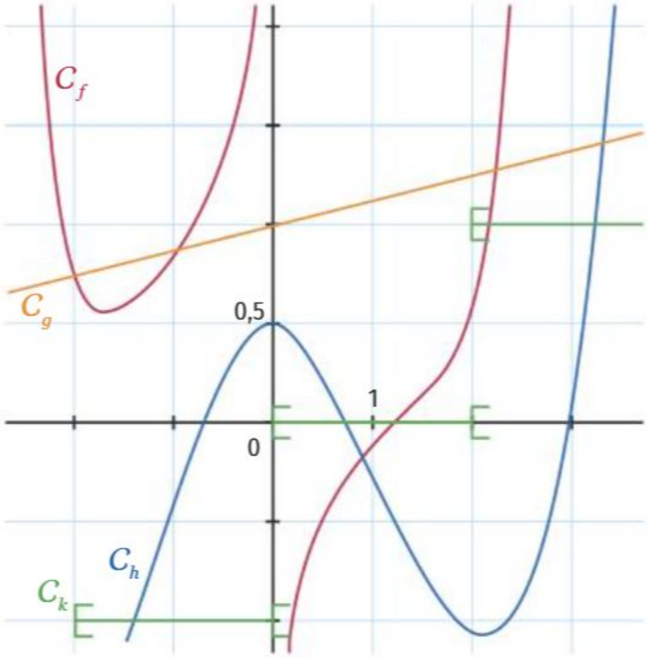
57 [Calculer.]

Déterminer la limite des fonctions suivantes en $+\infty$ et en $-\infty$.

1. $f : x \mapsto \dfrac{2x^2-x-1}{x-3}$ **2.** $g : x \mapsto \dfrac{-x^3+4x^2+5}{x^3+8}$

3. $h : x \mapsto \dfrac{2x^2-x+1}{3x^5+x^2+1}$ **4.** $k : x \mapsto \dfrac{(4x-3)(x^2+1)}{x^3+4}$

18 Les fonctions représentées par les courbes ci-dessous semblent-elles continues ? Justifier.



19 La proposition suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifier. « Si f est dérivable en a, alors f est continue en a. » La réciproque est-elle vraie ?

29 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3 - x - 1.$$

1. L'équation $f(x) = 0$ admet-elle au moins une solution sur $[0 ; 3]$? Justifier.

2. Même question sur l'intervalle $[1 ; 3]$.

3. Même question sur l'intervalle $[0 ; 1]$.

30 Soit $f : x \mapsto e^x$ définie sur $\mathbb{R}$.

1. Pour quelles valeurs de k l'équation $f(x) = k$ admet-elle au moins une solution réelle ?

2. Pour quelles valeurs de k l'équation $f(x) = k$ n'admet-elle aucune solution réelle ?

17 Soit la fonction $f : x \mapsto \dfrac{x+1}{\sqrt{x}}$ définie pour $x \in]0 ; +\infty[$.

Étudier le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 3$ sur $]0 ; +\infty[$.

20 Soit f une fonction continue sur $\mathbb{R}$ dont voici le tableau de variations.

x	$-\infty$	4	$+\infty$
f	-3 ↗	2	↘ -7

Donner, en justifiant, le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ sur $\mathbb{R}$.

21 En utilisant le tableau de variations ci-dessus, quel est le nombre de solutions réelles de :

1. $f(x) = 3$?

2. $f(x) = -1$?

3. $f(x) = -5$?

4. $f(x) = 2$?

37 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$.

1. Déterminer les variations de f sur $\mathbb{R}$.

2. Justifier alors que $f(x) = 2$ admet trois solutions sur $[-4 ; 4]$.

38 Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x^3 + 3x - 5$.

1. Justifier que l'équation $h(x) = 0$ n'admet qu'une seule solution sur $\mathbb{R}$.

2. Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de cette solution.

63 [Calculer.]

Soit la fonction $f : x \mapsto x^3 + x + 1$ définie sur $\mathbb{R}$.

1. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

2. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $[-1 ; 0]$.

3. Trouver toutes les valeurs du réel k pour que l'équation $f(x) = k$ admette une unique solution sur $[-1 ; 0]$.

16 Déterminer la fonction dérivée de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (x^2 + 8x - 6)^4$.

18 Déterminer la fonction dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sqrt{x^4 - 3x^2 + 4}$.

37 **1. a.** Définir deux fonctions f et g non constantes sur un intervalle I.

b. Déterminer l'expression de la fonction $h = f \circ g$.

c. Déterminer l'expression de la fonction $\ell = g \circ f$.

2. Déterminer les dérivées respectives des fonctions h et ℓ.

40 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x^3 - 3x^2 + 7x - 8)^3.$$

1. Déterminer $f'(x)$ pour tout réel x.

2. Déterminer une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2.

41 Soit g la fonction définie sur $[-2\,;+\infty[$ par :

$$g(x) = \sqrt{x^3 - x + 6}.$$

1. Déterminer $g'(x)$ pour tout $x \in\,]-2\,;+\infty[$.

2. Déterminer une équation de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse 0.

52 [Représenter.]

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \left(x^2 + \frac{3}{2}x - 10\right)^2$.

1. Déterminer la fonction dérivée f' pour tout réel x et étudier son signe sur $\mathbb{R}$.

2. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

3. En déduire les abscisses des points où les tangentes sont horizontales.

4. Dans un repère orthonormé, tracer la courbe représentative C_f de f et les tangentes horizontales.

56 [Raisonner.]

Soit f la fonction définie et dérivable sur $]0\,;+\infty[$ par :

$$f(x) = (\sqrt{x+1})\left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right).$$

1. Déterminer la fonction dérivée f' de f sur $]0\,;+\infty[$.

2. Dresser le tableau de variations de f sur $]0\,;+\infty[$.

3. Quel est le minimum de f sur $]0\,;+\infty[$?

4. En déduire que, pour tous réels $a > 0$ et $b > 0$:

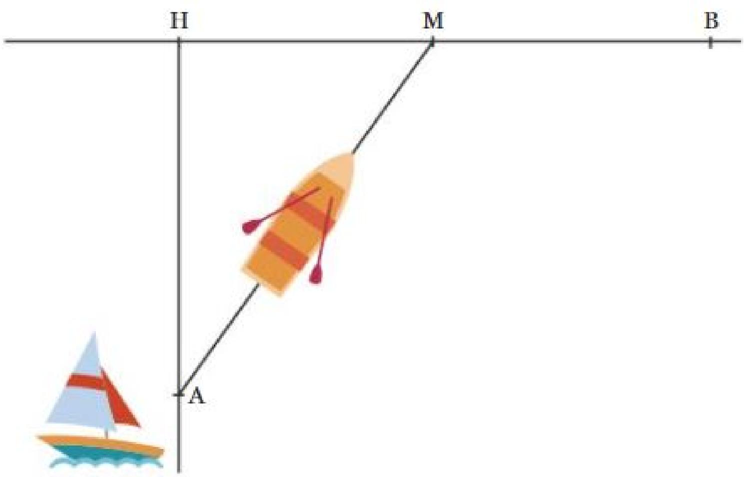
$$(\sqrt{a+b})\left(\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}}\right) \geqslant 2\sqrt{2}.$$

60 [Chercher.]

Un bateau A se trouve au large d'une côte rectiligne. Le point de la côte le plus proche, noté H, est à 9 km du bateau. Un émissaire doit communiquer le plus rapidement possible son message au dirigeant de la ville B, située à 15 km du point H. La vitesse de l'émissaire est de 4 km·h^{-1} en barque et de 6 km·h^{-1} à pied.

Le but de l'exercice est de déterminer en quel point de la côte doit accoster l'émissaire afin de parvenir le plus rapidement possible dans la ville B.

On note M le point d'accostage de la barque et x la distance HM en kilomètre ($0 \leqslant x \leqslant 15$).



1. Exprimer, en fonction de x, les distances AM et BM.

2. Déterminer, en fonction de x, le temps du parcours effectué en barque et celui effectué à pied.

3. On note $f(x)$ le temps de trajet total.

a. Vérifier que, pour tout $x \in [0\,;15]$:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 81}}{4} + \frac{15 - x}{6}.$$

b. Étudier les variations de f sur $[0\,;15]$.

c. En déduire une valeur approchée au mètre près de la longueur HM.

62 [Calculer.]

Soit g la fonction définie sur $\mathcal{D}_g =]-\infty\,;-1] \cup [1\,;+\infty[$ par $g(x) = (5x+7)\sqrt{x^2 - 1}$.

1. Déterminer, pour tout réel $x \in \mathcal{D}_{g'}$, la fonction dérivée g' de g.

2. Étudier le signe de $g'(x)$ sur $\mathcal{D}_{g'}$.

3. En déduire les variations de g sur $\mathcal{D}_g$.

4. Déterminer l'abscisse du point où la tangente à la courbe représentative de g est horizontale.