Fiche 2 d'exercices

Parcours 2 - Comment évolue la population mondiale

Exercice 1

On considère les suites de nombres suivantes :

SUITE A : 5 8 11 14 17...

SUITE B : 4 2 1 0,5 0,25...

SUITE C : 1 1 2 3 5 8...

1. Pour chaque suite de nombres, donner les deux nombres suivants.
2. Déterminer le vingtième nombre de chaque suite.
3. Pour chacune des trois suites, afficher les 1000 premiers termes dans un tableur.
4. Pour la suite A, on note le $n^{\text{ème}}$ terme an ainsi on a $a_1 = 5$, $a_2 = 8$ . . .
   (a) Donner a_4.
   (b) Représenter les 5 premiers termes de la suite en construisant les points de coordonnées $(n\,;\,a_n)$ dans un repère orthonormal.
5. De la même façon pour la suite B, on note b_n le $n^{\text{ème}}$ terme ainsi on a $b_1 = 4$ et $b_2 = 2$...
   (a) Donner b_4
   (b) Représenter les 5 premiers termes de la suite en construisant les points $(n\,;\,b_n)$ dans u nrepère orthogonal.

Exercice 2

Au moment de l'embauche, une entreprise propose à ses futurs employés deux types de contrat relatifs aux primes. Les primes sont versées une fois par an en fin d'année.

Contrat 1 : La première année, l'entreprise verse 1 500 €. Le montant de la prime augmente de 100 € chaque année.

Contrat 2 : La première année, l'entreprise verse 1 500 €. Le montant de la prime augmente de 5 % chaque année.

1. À l'aide d'un tableur ou d'une calculatrice, représenter graphiquement le montant des primes reçues année après année pour chaque contrat.
2. Comparer graphiquement les évolutions de ces deux types de contrats.
3. Quel est le meilleur contrat ?

Exercice 3

Les suites suivantes sont-elles arithmétiques ? Si oui, donner la raison et le 1^{er} terme.

1. $u_n = 1 - 4n$ avec $n \geqslant 1$
2. $v_{n+1} = v_n + n$ avec $n \geqslant 0$ et $u_0 = 0$
3. $w_n = -5 + 34n$ avec $n \geqslant 0$
4. $t_n = -5 + n$ avec $n \geqslant 0$

Exercice 4

u_n définie une suite arithmétique définie sur $\mathbb{N}$ de raison r.

- $r = 32$ et $u_8 = 4$. Calculer les 5 premiers termes. Exprimer u_n en fonction de n.
- $u_5 = 0$ et $u_{12} = -21$. Calculer u_0 et la raison r. Exprimer u_n en fonction de n.

Exercice 5

Les suites suivantes sont-elles géométriques ? Si oui, donner la raison et le 1^{er} terme.

1. $u_n = n^2 + 1$ avec $n \geqslant 0$
2. $v_n = -2 \times \dfrac{1}{3^n}$ avec $n \geqslant 0$ et $u_0 = 0$
3. $w_n = \dfrac{n^2 + n}{n}$ avec $n \geqslant 1$
4. $t_n = (n+1)^2$ avec $n \geqslant 0$

Exercice 6

Les nombres suivants forment-ils une suite géométrique ? Justifier votre réponse.

1) $1\,;\, -\dfrac{1}{2}\,;\, \dfrac{1}{4}\,;\, -\dfrac{1}{8}$

2) $\dfrac{4}{25}\,;\, -\dfrac{8}{125}\,;\, \dfrac{16}{625}\,;\, -\dfrac{32}{3225}$

3) $27\,;\, 18\,;\, 12\,;\, 8$

4) $1\,;\, -1\,;\, 1\,;\, -1$

Exercice 7

Dans chacun des cas suivants, (u_n) est une suite arithmétique de raison r.

Écrire (u_n) en fonction de n et donner les variation de la suite.

1) $u_0 = -3 \quad r = \dfrac{1}{2}$ **2)** $u_0 = 20 \quad r = -2$

Exercice 8

On connaît deux termes d'une suite arithmétique (v_n) : $v_{10\,000} = -26$ et $v_{20\,000} = -16$. Déterminer $v_{4\,000}$.

Exercice 9

M. Simon décide de faire des économies.

Le 1er janvier 2015, il dépose 1 000 euros sur un livret rémunéré à un taux mensuel de 1,019 %.

Répondre aux questions suivantes en arrondissant chaque valeur au centime près.

1. Quelle somme aura-t-il sur son livret au 1er janvier 2016 ? En déduire le taux annuel.
2. Dès le 1er février, il décide de verser chaque mois 100 euros de plus sur son livret.

   Quelle somme aura-t-il sur son livret au 1er janvier 2016 ?

Exercice 10

Déterminer si les suites (u_n) ci-dessous sont arithmétiques. Si oui, donner le premier terme et la raison.

1) $u_n = 4n + 7$ **2)** $u_n = n^2 + 1$ **3)** $u_n = \dfrac{n}{2} + 5$ **4)** $u_n = 8^n$

Exercice 11

Soient deux termes d'une suite arithmétique (u_n). Écrire (u_n) en fonction de n et déterminer u_1.

1) $u_5 = 4 \quad r = \dfrac{1}{2}$ **2)** $u_6 = 17 \quad u_{10} = 15$

Exercice 12

Déterminer si les suites (u_n), définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ ci-dessous, sont géométriques. Si oui, donner le premier terme et la raison.

1) $u_n = -4 \times 3^n$ **2)** $u_n = 3$ **3)** $u_n = \dfrac{3^n}{2^{n+2}}$ **4)** $u_n = 8^{n+2}$

Exercice 13

(u_n) définie une suite géométrique définie sur $\mathbb{N}$ de raison $q = -3$ et telle que $u_4 = 18$.

1. Calculer u_0 , u_1, u_5 et u_8.
2. Exprimer u_n en fonction de n.

Exercice 14

Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 4$ et de raison $r = \dfrac{1}{2}$.

1. Exprimer u_n en fonction n. Calculer u_{10} et u_{100}
2. Déterminer les variations de la suite (u_n).

Exercice 15

Soit (u_n) la suite définie par $u_n = n^2 + n + 1$

1. Calculer u_0 et u_{10}.
2. Exprimer, en fonction de n, u_{n+1} et $u_n + 1$.
3. Déterminer les variations de cette suite (u_n)

Exercice 16

Soit (u_n) la suite définie par $u_n = \dfrac{1}{n+1}$

1. Calculer u_0 et u_{10}.
2. Exprimer, en fonction de n, $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$. En déduire le sens de variation de cette suite (u_n)

Exercice 17

Soit (u_n) la suite arithmétique telle que $u_4 = 5$ et $u_{11} = 19$. Déterminer la raison et le terme u_0 de cette suite

Exercice 18

Les questions suivantes sont indépendantes :

1. (u_n) est la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 7$ et de raison $r = -2$. Calculer u_2 et u_{10}.
2. La suite (u_n) est une suite arithmétique définie sur $\mathbb{N}$. On donne $u_5 = 12$ et $u_8 = 13.5$. Calculer le premier terme, la raison r et le terme de rang 20.
3. Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 7$ et de raison $q = -2$. Calculer u_2 et u_{10}.
4. La suite (u_n) est une suite géométrique définie sur $\mathbb{N}$. On donne $u_3 = 52$ et $u_5 = 13$. Calculer le premier terme et la raison q et le terme de rang 8.

Exercice 19

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n, par $u_n = \dfrac{2n-1}{n+3}$.

1. Calculer les six premiers termes de cette suite.
2. Conjecturer les variations de cette suite. Démontrer le.

Exercice 20

La population de l'Allemagne (nombre de personnes résidant sur le territoire allemand) s'élevait à 81 751 602 habitants au premier janvier 2011. De plus, on sait qu'en 2011, le nombre de naissances en Allemagne ne compensait pas le nombre de décès, et sans tenir compte des flux migratoires, on estime le taux d'évolution de la population allemande à $-0{,}22\%$. On admet que cette évolution reste constante les années suivantes.

1. Définir une suite u pour modéliser l'évolution de la population allemande depuis 2011.
2. Déterminer u_0, u_1 et u_2.
3. Á l'aide d'un algorithme, d'un tableur ou d'une calculatrice, déterminer l'année à laquelle la population passera en dessous de 10 000 000 d'habitants.

Exercice 21

La pie bavarde est une espèce existant en Alsace. On comptait 270 pies dans une réserve naturelle en 2001. Une étude a révélé que la population de pies diminuait de 10% chaque année.

Dans la suite de l'exercice, on notera p_n le nombre de pies l'année 2001+n.

1. (a) Déterminer la nature de la suite (p_n).
   (b) Écrire p_n en fonction de n.
   (c) Dresser une table de valeurs de la suite (p_n) sur la calculatrice
2. En 2010, il y avait 105 pies dans la réserve. Cette donnée est-elle cohérente avec le modèle proposé ?
3. Si cela devait continuer ainsi, dans combien d'années la population de pies bavardes passera en dessous de 20 individus ?

Exercice 22

Un étudiant souhaite acheter une collection de CD d'une valeur de 1000 euros. Pour économiser une telle somme, il ouvre un compte d'épargne à la banque qui rapporte 0,25% mensuellement. A l'ouverture, il dépose 100 euros le 1$^{\text{er}}$ d'un mois, et ensuite le 1$^{\text{er}}$ de chaque mois, il verse 50 euros.

On pose $C_0 = 100$ et on note C_n le capital présent sur le compte le 1$^{\text{er}}$ de chaque mois, après le versement.

1. Calculer les capitaux C_1, C_2 et C_3. Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n.
2. Soit (u_n) la suite définie par : $U_n = C_n + 20000$.
   (a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
   (b) En déduire une expression de u_n en fonction de n.
   (c) Donner les variations de la suite (u_n).
3. On désire calculer C_n en fonction de n et étudier les variations de la suite (C_n).
   (a) Exprimer C_n en fonction de U_n, puis C_n en fonction de n.
   (b) En utilisant la question 2c. , étudier les variations de (C_n). Est-ce que ce résultat était prévisible ?
4. A l'aide d'une calculatrice, déterminer le nombre de mois nécessaires pour l'achat de la collection.

Exercice 23

Dans un célèbre jeu vidéo, des personnages s'affrontent en équipe.
Des points d'expérience sont distribués au fur et à mesure de la partie permettant à chaque personnage de gagner des niveaux de compétences.

Tous les joueurs commencent niveau 1.

Chaque personnage possède un certain nombre de points de vie qui augmente de 4% à chaque niveau.

1. Lili, un soutien indispensable dans une équipe, commence la partie avec 1534 points de vie.

Quel sera son nombre de points de vie au niveau 10 ?

2. Chen, personnage robuste, atteint le niveau 10 avec 3661 points de vie.

Quel était son nombre de points de vie au début de la partie ?

3. Au début de la partie, Lili a le choix entre :

- Augmenter ses points de vie de 2% à chaque niveau supplémentaire ;
- Gagner 55 points de vie au début de chaque niveau ;

Que doit choisir un joueur pour rendre Lili plus résistante ?

Exercice 24

Dans un pays imaginaire noté I, il y a une capitale P et un ensemble de villages V. Au 1er Janvier 2002, P et V comptaient respectivement 200 000 et 300 000 habitants. Chaque année, la population de P augmente de 10%, alors que celle de V diminue de 20 000 habitants.

1.(a) Au 1er janvier 2002, quelle proportion représente la population de P par rapport à celle de I ?

(b) Calculer la population P, celle de V, puis celle de I au 1er Janvier 2003.

Quel proportion représente alors la population de P par rapport à celle de I ?

(c) n désigne un nombre entier naturel ($n \in \mathbb{N}$)

On note p_n la population de P au 1er janvier $(2002+n)$; on a donc $p_0 = 200\,000$

On note v_n la population de V au 1er janvier $(2002+n)$; on a donc $v_0 = 200\,000$

(a) Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n

(b) Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n

(d) En quelle année peut-on envisager une disparition de l'ensemble des villages ? On pourra compléter le tableau ci-dessous en arrondissant à l'unité près :

Année	Population de P au 1er janvier	Population de V au 1er janvier	Population de I au 1er janvier
2002	200 000	300 000	