Exercices du chapitre 1

Parcours 1 : Comment résoudre une équation ?

Exercice 1

Voici 4 défis. Les traduire en maths, dire si ce sont des problèmes du premier ou du second degré, et les résoudre (si c'est possible).

Défi 1 : On choisit un nombre et on l'élève au carré. Sachant qu'on obtient 144, peut-on connaître à coup sûr le nombre de départ ?

Défi 2 : Choisir un nombre, soustraire 4, prendre le triple, ajouter 10. Combien prendre au départ pour obtenir finalement 31 ?

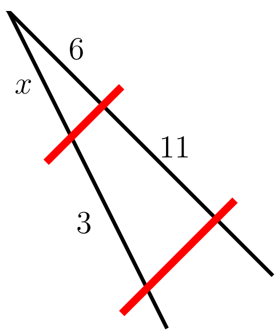
Défi 3 : Choisir un nombre, retrancher 7, mettre au carré, enlever 15. Combien prendre au départ pour obtenir finalement 2010 ?

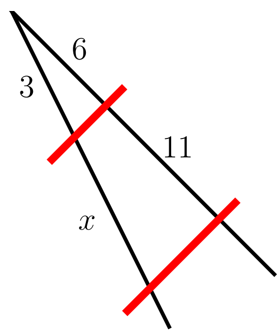
Défi 4 : Choisir un nombre, soustraire 20, multiplier le résultat par le nombre de départ, ajouter 150. Combien prendre au départ pour obtenir finalement 50 ?

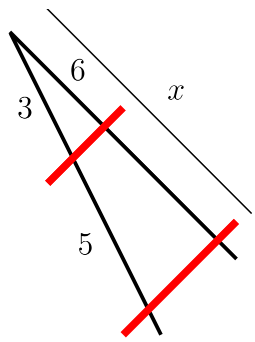
Exercice 2

Dans les trois cas suivants, déterminer x pour que les deux droites soient parallèles.

(Les échelles ne sont pas respectées)







Exercice 3

1. Résoudre $(x-1)(x+3)=0$ et $(2x-1)(3x+5)=0$
2. Former une équation ayant deux solutions : 1 et -2
3. Former une équation ayant deux solutions : $1+\sqrt{2}$ et $-1-\sqrt{2}$
4. Former une équation ayant trois solutions : $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$ et 0.
5. Former une équation à coefficients entiers ayant trois solutions : $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ et 1.

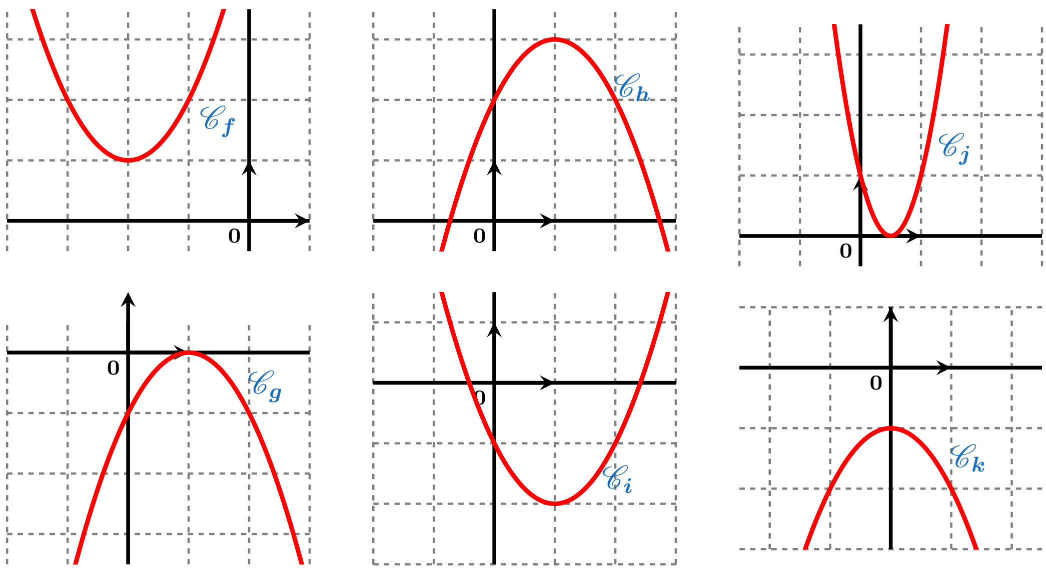
Exercice 4

Résoudre : • $x^2-4x=-3$ • $-2x^2+5=0$ • $9x^2+24x+16=0$ • $3x^2=5x-14$

Exercice 5

Associer à chacun des polynômes ci-dessous sa représentation graphique :

- $A = x^2 + 4x + 5$
- $B = -x^2 + 2x + 2$
- $C = 4x^2 - 4x + 1$
- $D = -x^2 - 1$
- $E = x^2 - 2x - 1$
- $F = -x^2 + 2x - 1$



Exercice 6

Six entiers naturels consécutifs sont tels que le produit des deux plus petits nombres est égal au triple de la somme des quatre plus grands. Déterminer ces six entiers.

Exercice 7

Pour chaque question, cocher la ou les bonnes réponses.

Question 1 : Soit l'équation $-4x^2 + 4x + 3 = 0$. On a les résultats suivants :

☐ Le discriminant est -32 et les racines sont 1 et $\frac{3}{4}$

☐ Le discriminant est 32 et les racines sont $\frac{3}{2}$ et $-\frac{3}{2}$

☐ Le discriminant est 64 et les racines sont $\frac{3}{2}$ et $-\frac{1}{2}$

☐ Le discriminant est 64 et les racines sont 3 et $-\frac{1}{4}$

Question 2 : Soit f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + 5x - 3$ et $g(x) = x^2 + x - 5$.
Les courbes représentatives des fonctions f et g ont :

☐ un point d'intersection

☐ deux points d'intersection

☐ trois points d'intersection

☐ aucun point d'intersection

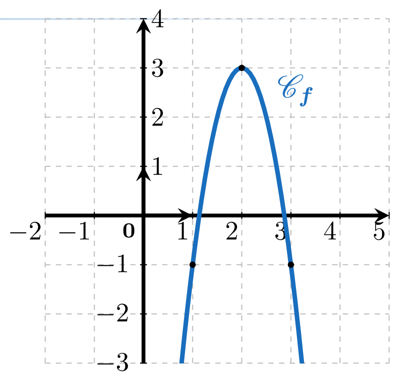
Exercice 8

Voici la courbe représentant un trinôme du second degré.

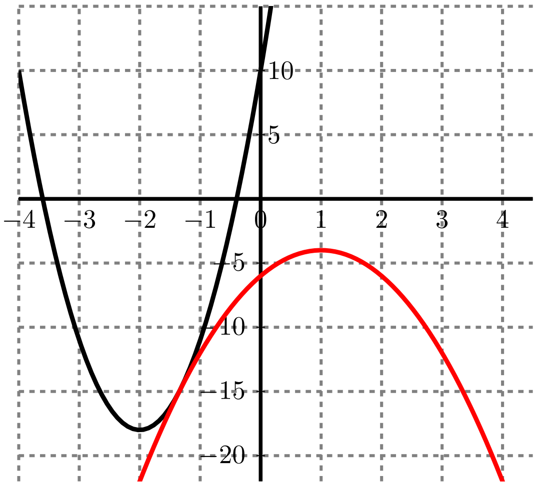
1. Que peut-on dire du signe du discriminant de ce trinôme ? Justifier.

2. Déterminer l'expression de ce trinôme.

3. Déterminer le signe de cette expression. Justifier.



Exercice 9



Dans un repère du plan, on nomme C_f et C_g les courbes représentatives de deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par
$f(x) = 7x^2 + 28x + 10$ et $g(x) = -2x^2 + 4x - 6$.

1. Identifier sur le graphique les courbes C_f et C_g.
2. Conjecturer le nombre de points d'intersection des deux courbes.
3. Vérifier algébriquement la réponse à la question 2.

Exercice 10

Dans un repère du plan, on nomme C_f la courbe représentative de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^4 - 5x^2 + 3$.
Déterminer algébriquement les coordonnées des points d'intersection de C_f avec l'axe des abscisses.

Exercice 11

Dans un repère du plan, on nomme C_f la courbe représentative de la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{4-x}{2x-1}$ et (D) la courbe représentative de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x + 1$.
Déterminer les coordonnées des éventuels points d'intersection des courbes (D) et H.

Exercice 12

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^4 - 25x^3 + 65x^2 - 55x + 12$ et C_f sa courbe représentative.

1. Combien de fois C_f coupe-t-elle l'axe des abscisses ?
2. Démontrer que $f(x) = (3x^2 - 4x + 1)(x^2 - 7x + 12)$ pour tout réel x
3. En déduire l'abscisse des points d'intersection de C_f avec l'axe des abscisses.

Exercice 13

Un artisan fabrique entre 0 et 60 vases par jour et estime que le coût de production de x vases est modélisé par la fonction C donnée par $C(x) = x^2 + 10x + 500$. On note $R(x)$ la recette, en euros, correspondant à la vente de x vases fabriqués. Un vase est vendu 70 €. On suppose que toute la production est vendue.

1. Exprimer $R(x)$ en fonction de x.
2. Calculer le coût, la recette et le bénéfice réalisé lorsque l'artisan vend 60 vases.
3. Vérifier que le bénéfice, en euros, réalisé par l'artisan est donné par la fonction B dont l'expression est : $B(x) = -x^2 + 60x - 500$.
4. (a) Développer l'expression : $-(x-30)^2 + 400$.
   (b) En déduire le nombre de vases à produire pour réaliser un bénéfice maximal.
5. Déterminer l'intervalle de rentabilité de cette production.

Devoir maison 1

Exercice 1 :

Un lien entre équation et intersection de courbes

Deux fonctions f et g sont définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 8x^2 + 7x - 2$ et $g(x) = 2x^2 + 1$. Déterminer :

1. les coordonnées des (éventuels) points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des abscisses
2. les coordonnées des (éventuels) points d'intersection de $\mathcal{C}_g$ avec l'axe des abscisses
3. les coordonnées des (éventuels) points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

Exercice 2 : Une antique résolution d'équation

Dans la proposition XI du livre II des *Éléments*, Euclide (vers -300) pose ce problème de géométrie :

« Un segment $[AB]$ étant donnée, construire un point H de ce segment tel que le carré de côté AH ait même aire que le rectangle de côtés BH et AB. »
Pour la suite, on pose $AH = x$.
A l'aide d'une équation, résoudre ce problème de géométrie en choisissant le niveau :

- Niveau 1 : $AB = 1$
- Niveau 2 : $AB = a$; le calcul sera alors plus général.