

Comment évaluer ses chances de gagner aux jeux ?

Exercice 1

Dans cet exercice, les probabilités seront arrondies au centième.

Un grossiste achète des boîtes de thé vert chez deux fournisseurs. Il achète 80% de ses boîtes chez le fournisseur A et 20% chez le fournisseur B.

10% des boîtes provenant du fournisseur A présentent des traces de pesticides et 20% de celles provenant du fournisseur B présentent aussi des traces de pesticides.

On prélève au hasard une boîte du stock du grossiste et on considère les événements suivants :

- événement A : « la boîte provient du fournisseur A » ;
- événement B : « la boîte provient du fournisseur B » ;
- événement S : « la boîte présente des traces de pesticides ».

1. Traduire l'énoncé sous forme d'un arbre pondéré.
2.
 - a) Quelle est la probabilité de l'événement $B \cap \bar{S}$?
 - b) Justifier que la probabilité que la boîte prélevée ne présente aucune trace de pesticides est égale à 0,88.
3. On constate que la boîte prélevée présente des traces de pesticides. Quelle est la probabilité que cette boîte provienne du fournisseur B ?

Exercice 2

Un joueur débute un jeu vidéo et effectue plusieurs parties successives. On admet que :

- la probabilité qu'il gagne la première partie est de 0,1 ;
- s'il gagne une partie, la probabilité de gagner la suivante est égale à 0,8 ;
- s'il perd une partie, la probabilité de gagner la suivante est égale à 0,6.

On note, pour tout entier naturel n non nul :

- G_n l'évènement « le joueur gagne la n -ième partie » ;
- p_n la probabilité de l'évènement G_n .

On a donc $p_1 = 0,1$.

1. Montrer que $p_2 = 0,62$.
2. Le joueur a gagné la deuxième partie. Calculer la probabilité qu'il ait perdu la première.
3. Calculer la probabilité que le joueur gagne au moins une partie sur les trois premières parties.
4. Montrer que pour tout entier naturel n non nul, $p_{n+1} = \frac{1}{5}p_n + \frac{3}{5}$. (un arbre pondéré pourra aider)
5. Soit u la suite définie pour tout $n \geq 1$ par $u_n = p_n - \frac{3}{4}$
 - a) Démontrer que la suite u_n est géométrique. Vous donnerez sa raison et son premier terme.
 - b) Écrire u_n en fonction de n .
 - c) En déduire p_n en fonction de n .
6. Déterminer sans justifier la limite de la suite (p_n) quand n tend vers $+\infty$.