Comment évaluer ses chances de gagner aux jeux ?

Exercice 1 – Loto sportif

1	Marseille	1	N	✓	Bayern Munich
2	Milan AC	1	✓	2	FC Barcelone
3	Inverness Cal.	1	N	✓	St Johnstone
4	AZ Alkmaar	✓	N	2	FC Valence
5	AtleticoMadrid	✓	N	2	Hanovre
6	Sportng Lisbon	✓	N	2	Metali.Kharkiv
7	Schalke 04	1	N	✓	AthleticBilbao

1 pour miser sur le club qui reçoit N pour match nul 2 pour miser sur le club visiteur

Un joueur, n'y connaissant rien en football, coche au hasard pour les 7 matches. Quelle est la probabilité d'avoir 6 bonnes réponses si le joueur a joué au hasard ?

Exercice 2 – Pièce truquée

Une pièce truquée tombe sur "pile" deux fois plus souvent que sur "face".
Une seconde tombe, elle, sur "pile" quatre fois plus souvent que sur "face".
Quel évènement est le plus probable :

- que la première tombe 5 fois sur "pile" en 8 lancers ?
- que la seconde tombe 8 fois sur "pile" en 10 lancers ?

Exercice 3 – Échecs

Beth joue aux échecs contre un ordinateur et la probabilité qu'elle gagne une partie est 0,65.
Elle décide de jouer sept parties contre l'ordinateur.
On suppose que le résultat de chaque partie est indépendant des autres.
On note X la variable aléatoire donnant le nombre de parties qu'elle gagne contre l'ordinateur sur les sept.

1. a) Expliquer pourquoi X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres n et p.
   b) Quelle est la probabilité qu'elle gagne exactement trois parties ?
   c) Quelle est la probabilité qu'elle gagne plus de la moitié des parties ?
2. Elle décide de changer le niveau de difficulté en « expert » et la probabilité qu'elle gagne une partie contre l'ordinateur devient 0,05. Elle décide de jouer à nouveau une série de sept parties contre l'ordinateur. Quelle est la probabilité qu'elle en gagne au moins une ?

Exercice 4 – Ascenseur

Un ascenseur tombe en panne avec une probabilité de 0,015 chaque jour et une réparation coûte 500 euros.
On suppose que la panne (ou non) de l'ascenseur est indépendante de celles des jours précédents.

1. Quelle est la probabilité que l'ascenseur tombe exactement une fois en panne durant le mois de janvier ?
2. En moyenne, combien peut-on prévoir de dépenses de réparation pour une année ?

Exercice 5 – Madame Tortue

Mme Tortue est presque sourde de l'oreille gauche et 60% du temps, elle dort du côté gauche.

- Lorsqu'elle dort du côté gauche, elle entend le réveil avec une probabilité de 0,95 ;
- de l'autre côté, elle entend le réveil avec une probabilité de 0,2.

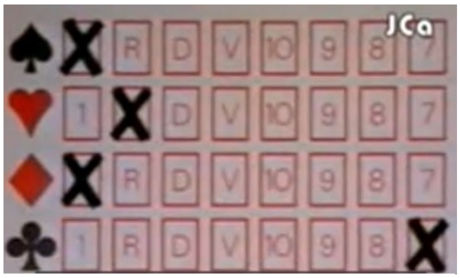
1. Déterminer la probabilité que Mme Tortue entende le réveil le matin.
2. On admet que le fait d'entendre le réveil un matin est indépendant du fait de l'entendre les autres jours.
   Quelle est la probabilité que Mme Tortue dorme tranquillement durant une semaine sans entendre ses réveils ?

Exercice 6 – Tapis Vert

Le jeu du Tapis vert était un jeu de la Française des jeux apparu à la fin des années 80 qui consistait à cocher pour chaque couleur une carte allant du 7 à l'as. Si le joueur avait coché les 4 cartes tirées quotidiennement sur TF1, il gagnait 1 000 fois sa mise. Un "problème" survint le 29 mars 1988 : c'est le carré d'as qui fut tiré, combinaison jouée par de nombreux joueurs. Il y eut 22 000 gagnants, ce qui coûta très cher et força la FDJ à modifier les règles pour limiter les gains distribués par la suite. Source : WikiPedia

Question : Lors d'un tirage, déterminer la probabilité d'obtenir :

a) les quatre bonnes cartes. **b)** seulement trois bonnes cartes.



Vidéo du tirage :

https://www.youtube.com/watch?v=ehGguw1Daa8

Exercice 7 – QCM

Vous avez à répondre à un QCM comportant 5 questions. À chaque question, quatre réponses sont possibles dont une seule est correcte.

1. On note X la v.a.r. donnant le nombre de réponses correctes en ayant répondu au hasard.
   Établir la loi de probabilités de X. Combien pouvez-vous espérer donner de réponses correctes en ayant répondu à toutes les questions ?
2. Chaque réponse correcte rapporte un point et chaque erreur fait perdre un demi point.
   On note N la v.a.r. donnant le nombre de points obtenu.
   a) Déterminer la loi de probabilité de N.
   b) Combien de points peut-on espérer gagner ?
3. Finalement, vous connaissez la réponse à la première question.
   On vous laisse la possibilité de ne pas répondre aux autres questions (sans perte de points). Avez-vous intérêt à répondre aux quatre autres questions au hasard ?

Exercice 8 – Surbooking

Une compagnie aérienne utilise des avions pouvant transporter au plus 300 passagers. L'expérience nous indique que 8 passagers sur 100 ayant réservé ne se présentent pas au comptoir d'embarquement. On considérera alors que la probabilité qu'un passager ayant réservé se présente à l'aéroport est de 0,92 (et on estimera que ceci est vrai individuellement pour chaque passager[1]).

1. La compagnie accepte, pour le vol 714 pour Sydney, 320 réservations.
   Quel est le risque pris par la compagnie ?
2. Combien de réservations la compagnie peut-elle accepter pour prendre un risque inférieur à 5% ?
3. Réitérer avec les réservations pour un vol en Airbus A380 pouvant accueillir jusqu'à 853 passagers en estimant cette fois que 90 passagers sur 100 se présentent à l'embarquement.

1. Dans les faits, ceci est faux... Pensez aux familles/aux groupes.

En plus ?

Exercice 9

On lance n fois de suite un dé parfait à six faces. On appelle succès le fait d'obtenir un « 6 ».

- si n = 2, quelle est la probabilité d'obtenir 2 succès ? 1 succès ?
- si n = 3, quelle est la probabilité d'obtenir le triple 6 ? aucun 6 ?
- si n = 5, quelle est la probabilité d'obtenir k succès (k est un entier variant de 0 à 5)

Exercice 10

On tire successivement deux fois une boule dans une urne parfaite contenant des boules rouges et des boules vertes. Calculer la probabilité de tirer deux boules rouges :

1. cas d'un tirage avec remise avec 8 boules rouges et 5 vertes
2. cas d'un tirage sans remise :
   - s'il y a 8 rouges et 5 vertes.
   - s'il y a r rouges et v vertes.

Exercice 11

En utilisant sa base de données, la sécurité sociale estime que 10% de la population française présente à la naissance une malformation cardiaque de type anévrisme.
Elle décide alors de lancer une enquête de santé publique, sur ce problème d'anévrisme, sur un échantillon de 400 personnes, prises au hasard dans la population française.
On note X la variable aléatoire comptabilisant le nombre de personnes de l'échantillon présentant une malformation cardiaque de type anévrisme.

1. Définir la loi de la variable aléatoire X.
2. Déterminer $P(X = 35)$.
3. Déterminer la probabilité que 30 personnes de ce groupe, au moins, présentent une malformation cardiaque de type anévrisme.

Exercice 12

Une partie du jeu du lièvre et de la tortue se déroule de la façon suivante :

> La distance à parcourir est de 6 cases.
>
> - On lance un dé.
> - Si on obtient 6, le lièvre avance de 6 cases.
> - Sinon, la tortue avance d'une case.

1. À priori, qui a le plus de chances de gagner ?
2. Déterminer la probabilité que le lièvre gagne la course.