Série 2 : Droites

Exercice 1

Tracer dans le repère ci-dessous les ensembles de points suivants et préciser leur équation :

1) $\mathscr{E}_1$: ensemble des points dont l'abscisse est égale à l'ordonnée.

   Équation :...

2) $\mathscr{E}_2$: ensemble des points dont l'abscisse vaut 2.

   Équation :...

3) $\mathscr{E}_3$: ensemble des points dont l'ordonnée vaut -3.

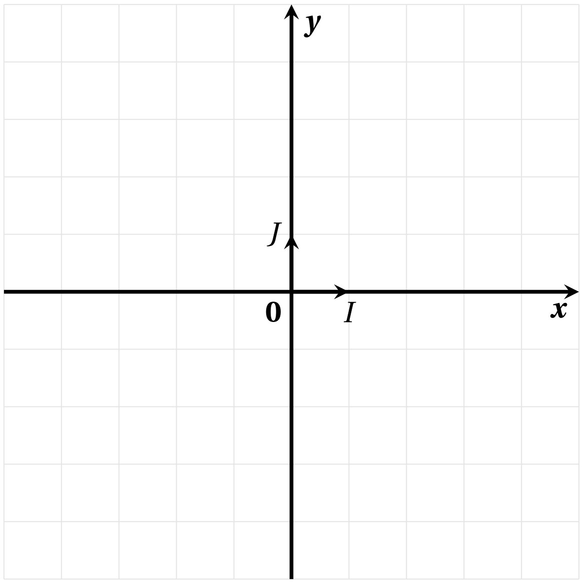
   Équation :...

4) $\mathscr{E}_4$: ensemble des points dont l'abscisse ajouté au double de l'ordonnée vaut 0.

   Équation :...

5) $\mathscr{E}_5$: ensemble des points dont le carré de l'abscisse ajouté au carré de l'ordonnée vaut 16.

   Équation :...



Exercice 2

On donne les points suivants : $A(2\,;-1)$, $B(4\,;2)$, $C(-1\,;0)$ et $D(1\,;3)$.

1) Déterminer une équation des deux droites (AB) et (CD).

2) Étudier la position relative de ces deux droites (sécantes ? parallèles ? confondues ?)

Exercice 3

Le plan est muni d'un repère $(O\,; I, J)$.

1) La droite d a pour équation cartésienne $3x+2y-6=0$.

   Quelle est l'abscisse du point A de d qui a pour ordonnée 3 ?

2) Le point $B\,(3\,;-1)$ appartient-il à d ?

Exercice 4

La droite (d) a pour équation $2x-3y+5=0$.

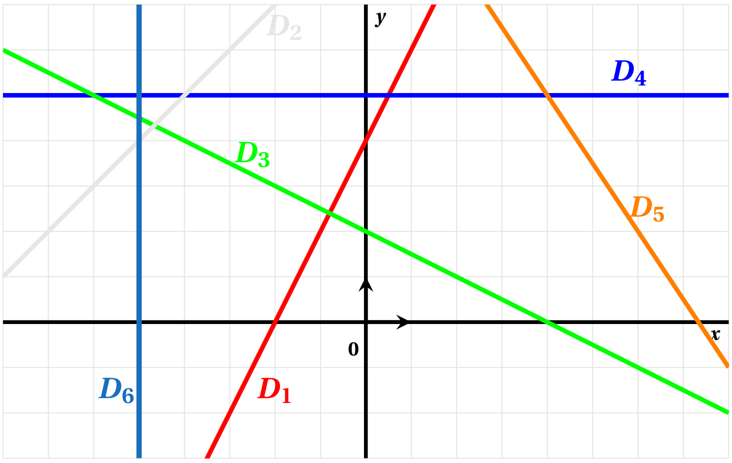
1) Donner un vecteur directeur.

2) Quelle est l'ordonnée à l'origine de la droite (d) ? et son coefficient directeur ?

3) Quelle est l'abscisse du point de (d) d'ordonnée $\frac{3}{2}$?

4) Quelle est l'ordonnée du point de (d) d'abscisse -1 ?

Exercice 5



Droite	Vecteur directeur	Équation
D_1		
D_2		
D_3		
D_4		
D_5		
D_6		

Exercice 6

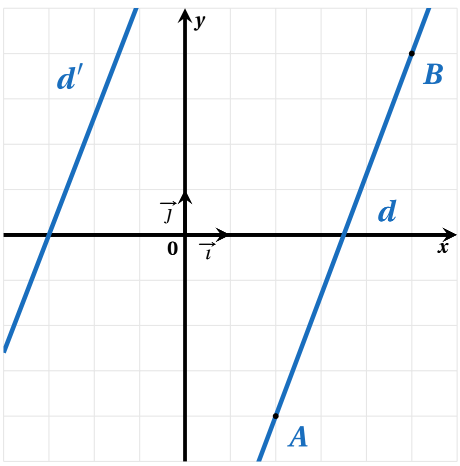
1) Déterminer une équation de la droite (Δ) passant par le point $A\,(-1\,;\,4)$ et parallèle à la droite (d) d'équation : $3x-2y+1=0$.

2) Déterminer une équation de la droite (Δ) passant par le point $A\,(-3\,;\,5)$ et parallèle à la droite (d) d'équation $y=\dfrac{2}{3}x-3$.

3) Déterminer une équation de la droite (Δ) passant par le point $C\,(3\,;\,2)$ et parallèle à la droite (d) définie par les points $A\,(-1\,;\,5)$ et $B\,(2\,;\,-2)$.

Exercice 7

Le plan est muni d'un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$.



1) Déterminer l'équation cartésienne de la droite (d) passant par

$$A(2\,;-4) \quad \text{et} \quad B(5\,;4)$$

2) La droite (d') a pour équation cartésienne $13\,x-5\,y+39=0$.

   a) Déterminer les coordonnées du point de (d') d'abscisse 0.

   b) Les deux droites (d) et (d') ont-elles un point commun ?
   Si oui, lequel ?

Exercice 8

1) Déterminer une équation de la droite passant par le point $A\,(1\,;2)$ et de vecteur directeur $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$.

2) Déterminer une équation de la droite passant par le point $B\,(3\,;0)$ et de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\7\end{pmatrix}$.

Série 3 : Vecteurs et courbes

Exercice 9

Soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre $K(4\,;\,1)$ et de rayon 5. Soit $A(0\,;\,4)$ un point de $\mathscr{C}$.

Déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point A.

Exercice 10

1) Déterminer une équation de la droite passant par le point $C\,(4\,;\,5)$ et perpendiculaire à la droite d'équation $2x - y + 4 = 0$.
2) Déterminer une équation de la droite passant par le point $D\,(-2\,;\,8)$ et parallèle à la droite d'équation $-3x + 5y + 2 = 0$.

Exercice 11

On donne le cercle $\mathscr{C}$ d'équation $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 4 = 0$ et la droite (d) d'équation $4x + y - 31 = 0$.

1) Les points $A\,(7\,;\,3)$ et $B\,(-1\,;\,1)$ sont-ils des points du cercle $\mathscr{C}$?
2) La droite (d) est-elle tangente au cercle $\mathscr{C}$ au point A ?
3) La tangente à $\mathscr{C}$ au point B est-elle parallèle à la droite (d) ?

Exercice 12

On appelle projeté orthogonal d'un point M sur une droite d le point d'intersection de la droite d avec la perpendiculaire à la droite d passant par M.

On considère la droite d d'équation $x - 3y + 3 = 0$ et le point A de coordonnées $(2\,;\,5)$. On note H le projeté orthogonal de A sur la droite d.

1) Déterminer une équation de la perpendiculaire d_1 à d passant par A.
2) Calculer les coordonnées du point H.

Exercice 13 facultatif

Pour quelle valeur de m la droite (d) d'équation $mx - 3y + 2 = 0$ est-elle parallèle à la droite (Δ) d'équation $3x - 2y + 4 = 0$

Exercice 14 facultatif

Soit Δ la droite d'équation $y = 2x + 1$ et $A\,(-1\,;\,4)$. Soit $M\,(x\,;\,y)$ un point quelconque de Δ.

1) Déterminer AM^2 en fonction de x. Pour quelle valeur de x l'expression de AM^2 est-elle minimale ?
2) Vérifier que l'abscisse trouvée à la question précédente correspond à celle du projeté orthogonal du point A sur Δ.

Série 4 : Géométrie

Exercice 15 facultatif

Dans un repère orthonormal $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$, les points A, B et C ont pour coordonnées

$$(1\,;\,1),\ (3\,;\,4) \quad \text{et} \quad (3-k\,;\,-1) \text{ où } k \text{ est un réel}$$

1) Déterminer k pour que le triangle ABC soit rectangle en A.
2) Démontrer que le triangle est alors isocèle en A.

Exercice 16 cercle circonscrit

Cercle passant par 3 points

Dans un repère orthonormal $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$, on donne les points $A\,(5\,;\,1)$, $B\,(-3\,;\,1)$ et $C\,(0\,;\,6)$.

On souhaite déterminer l'équation du cercle circonscrit au triangle ABC.

1) **Première méthode :**

   a) Déterminer une équation des médiatrices des segments $[AB]$ et $[BC]$.

   b) En déduire les coordonnées de Ω, centre du cercle recherché, ainsi que son rayon.

   c) Déterminer alors l'équation du cercle $\mathscr{C}$.

2) **Deuxième méthode :**

   On sait que l'équation de ce cercle est du type : $x^2+y^2+ax+by+c=0$.

   On doit donc déterminer les valeurs des réels a, b et c.

   a) Écrire un système de trois équations à trois inconnues (a, b et c).

   b) Déterminer la valeur de a. En déduire les valeurs de b et de c.

   c) Donner alors l'équation de $\mathscr{C}$.

   d) Préciser les coordonnées de son centre et son rayon.

Exercice 17 arcs

Les arcs rampants sont des arcs (constitué de plusieurs arcs de cercles) dont les naissances sont placées à des hauteurs différentes.

Il sont fréquemment employés dans les frontons, les arcs-boutants et certaines voûtes d'escaliers.

Arc rampant à Pontoise

Arc rampant à l'ancien Tribunal de Poitiers

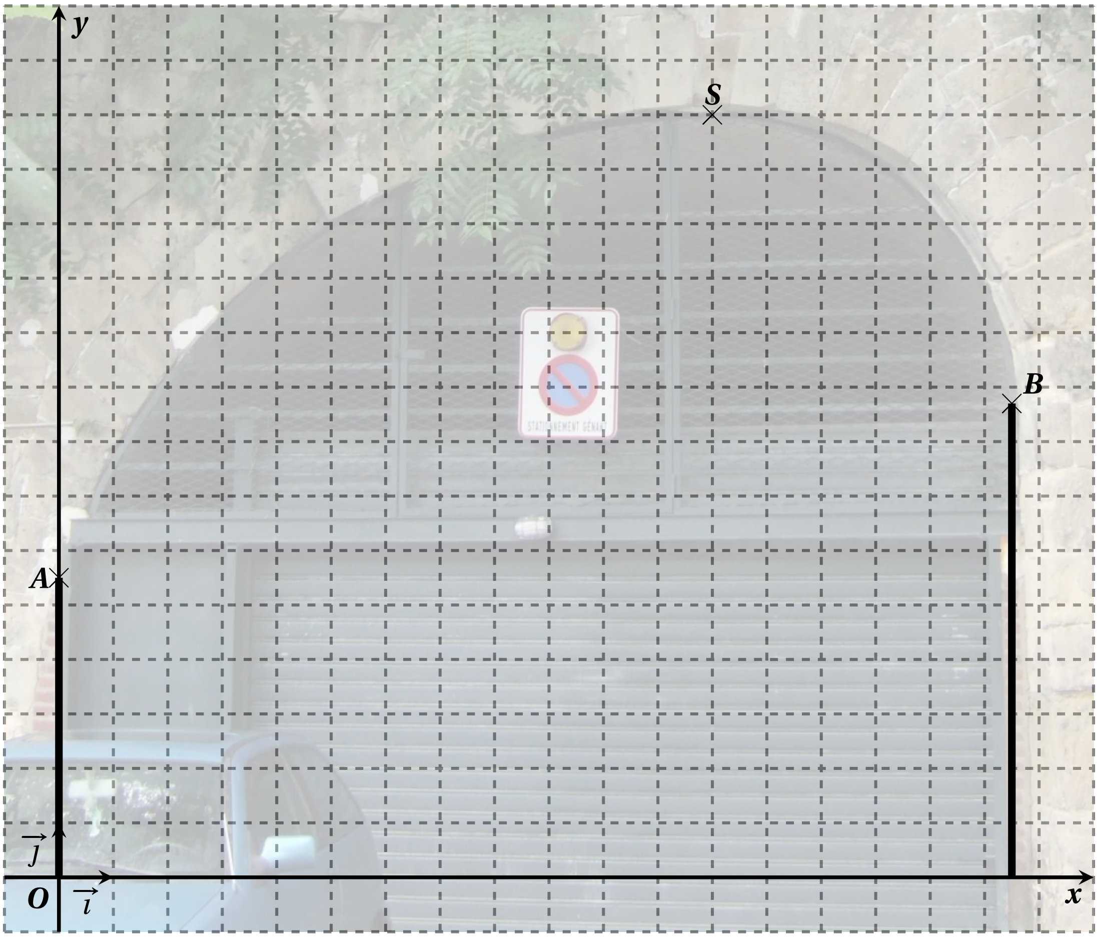
Arc rampant sous un escalier

Ici, il s'agit de joindre deux piliers n'ayant pas la même hauteur à l'aide de deux arcs de cercle.

Nous allons modéliser l'arc rampant de la voûte de parking à Pontoise.

Dans le repère orthonormal $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$, on donne $A\,(0\,;\,5{,}5)$, $B\,(17{,}5\,;\,8{,}7)$ et $S\,(12\,;\,14)$.

On souhaite qu'au niveau du point S de contact des deux arcs de cercle, **les tangentes soient horizontales**.



Comment déterminer les centres des deux arcs de cercles qui se rejoignent en S ainsi que leurs rayons ?