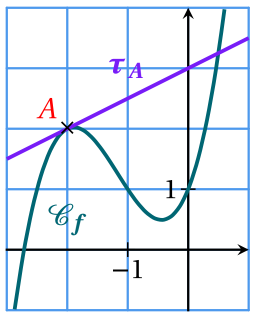
Savoir-faire : Nombre dérivé et tangentes

Exemple 1 : *Déterminer un nombre dérivé à l'aide d'un taux d'accroissement*

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2$.

Déterminer, s'il existe, $f'(3)$.

Exemple 2 : *Lire graphiquement un nombre dérivé*



Soit f une fonction dont on donne la représentation graphique.
La droite τ_A est tangente à la courbe au point A d'abscisse -2.

Déterminer graphiquement $f'(-2)$.

Exemples 3 : *Déterminer la fonction dérivée d'une fonction*

Déterminer la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes :

1) $f(x) = 7x^3 - 2x^2 + 5$

2) $g(x) = \sqrt{x} + x^5$

Exemple 4 : *Déterminer l'équation réduite d'une tangente*

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 3x$.

Déterminer l'équation réduite de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point A d'abscisse 1.

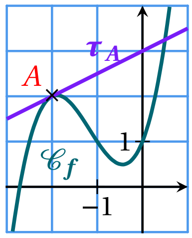
Corrections : Nombre dérivé et tangentes

Exemple 1 : *Déterminer un nombre dérivé à l'aide d'un taux d'accroissement*

Pour tout $h \neq 0$: $\dfrac{(3+h)^2-3^2}{h} = \dfrac{6h+h^2}{h} = 6+h$ or, $6+h \underset{h\to 0}{\to} 6$.

On obtient un nombre réel donc f est dérivable en 3 et $f'(3)=6$.

Exemple 2 : *Lire graphiquement un nombre dérivé*



$f'(-2)$ est le coefficient directeur de τ_A. Graphiquement, on a $f'(-2)=\dfrac{1}{2}$.

(À partir du point A, on avance de deux unités vers la droite puis on monte d'une unité pour revenir sur la courbe...)

Exemples 3 : *Déterminer la fonction dérivée d'une fonction*

- ☞ On commence par identifier la forme de la fonction f (somme, ...).
- ☞ On détermine l'ensemble de définition et de dérivabilité.
- ☞ On dérive séparément chacune des fonctions composant f.
- ☞ On calcule $f'(x)$ en appliquant les formules de dérivation du cours.

1) f est de la forme $u+v+w$ (somme) avec $u(x)=7x^3$, $v(x)=-2x^2$ et $w(x)=5$.

   Ces trois fonctions sont définies et dérivables sur $\mathbb{R}$, il en est de même pour f.

   De plus, $u'(x)=7\times(3x^2)=21x^2$, $v'(x)=-2\times(2x)=-4x$ et $w'(x)=0$. Ainsi :

$$f'(x)=21x^2-4x.$$

2) $g : x \mapsto \sqrt{x}+x^5$ est dérivable sur $]0;+\infty[$. g est de la forme $u+v$ avec $u(x)=\sqrt{x}$ et $v(x)=x^5$. Ainsi :

$$g'(x)=u'(x)+v'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}+5x^4.$$

Exemple 4 : *Déterminer l'équation réduite d'une tangente*

1) On détermine $f'(x)$.
2) Si f est dérivable en 1, la tangente a alors pour équation $y=f'(1)(x-1)+f(1)$.
3) On calcule donc $f'1)$ et $f(1)$.

f est de la forme $u+v$ (somme) avec $u(x)=x^2$ et $v(x)=-3x$.

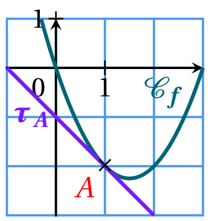
Ces deux fonctions sont définies et dérivables sur $\mathbb{R}$, il en est de même pour f.

De plus, $u'(x)=2x$ et $v'(x)=-3$

Ainsi, pour tout réel x : $\quad f'(x)=2x-3$

$f'(1)=2\times1-3=-1$ et $f(1)=1^2-3\times1=-2$

Ainsi, la tangente cherchée a pour équation :



$y=f'(1)(x-1)+f(1)$

$y=-(x-1)-2$

$y=-x+1-2$

$y=-x-1$