# Série 2 : Comment modéliser une trajectoire ?

## Exercice 1

Equations de degré 2 avec delta + équation de degré 3 avec x

Résoudre les équations suivantes :

1. $x^2 - 4x + 1 = 0$
2. $-x^2 + 2x - 6 = 0$
3. $2x^2 - 10x + \frac{25}{2} = 0$
4. $3x^2 - 15x - 18 = 0$
5. $x^3 - 6x^2 + 8x = 0$
6. $(3-2x)(5x^2 - 3x + 1) = 0$

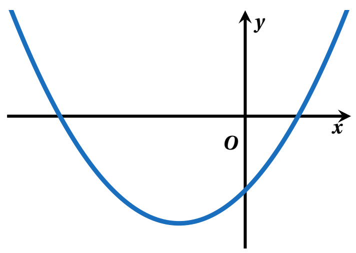
## Exercice 2

Déterminer de tête la valeur des réels $a$ et $x_1$ :

1. $x^2 - 9x + 14 = (x-2)(x-x_1)$.
2. $2x^2 - 8x + 6 = a(x-3)(x-x_1)$
3. $3x^2 - 3x - 6 = a(x-2)(x-x_1)$.

## Exercice 3

Soit la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$. Sa représentation graphique est donnée ci-dessous.




Répondre aux questions suivantes **en justifiant avec soin**.

1. Déterminer le signe des coefficients $a$ et $c$.
2. Quel est le signe du discriminant $\Delta$ de $f$ ?
3. Quel est le signe de $b$ ?

## Exercice 4

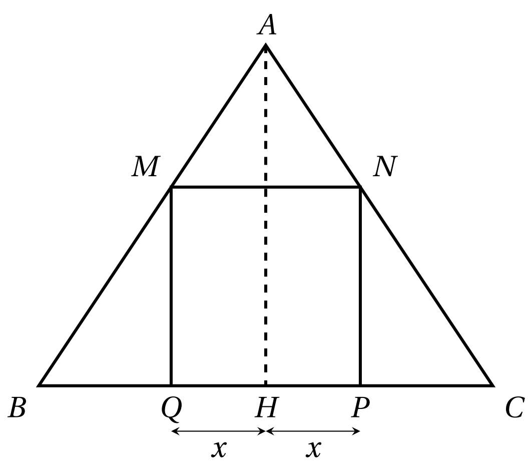
Soit $ABC$ un triangle isocèle en $A$ tel que $BC = 12$.

$H$ est le pied de la hauteur issue de $A$ et $AH = 9$.

$P$ et $Q$ sont deux points de $[BC]$ symétriques par rapport à $H$. On note $HP = HQ = x$.

On se propose de déterminer les dimensions du rectangle $MNPQ$ d'aire **maximale** inscrit dans ce triangle.

1. a) À quel intervalle appartient $x$ ?
   b) Démontrer que $MQ = \dfrac{18 - 3x}{2}$.
   c) Prouver que l'aire $A(x)$ du rectangle $MNPQ$ peut s'écrire : $A(x) = -3x^2 + 18x$.
2. Le rectangle $MNPQ$ peut-il avoir une aire égale à 25 ?
3. a) Déterminer la forme canonique de $A(x)$.
   b) En déduire le tableau de variations de la fonction $A$ sur $[0;6]$.
   c) Quelles sont les dimensions du rectangle d'aire maximale ?



## Exercice 5 – Autres équations

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

1. $2x^4 - 9x^2 - 30 = 5$.
2. $2x - 14\sqrt{x} - 36 = 0$.
3. $\dfrac{x}{x-4} < \dfrac{1}{x+5}$.

## Exercice 6

Une société de vente de livres par correspondance a actuellement 10 000 abonnés qui paient 7 euros par mois. Une étude a montré que toute variation de 1 euro du prix de l'abonnement mensuel ferait varier le nombre d'abonnés d'un millier.

Ainsi, une augmentation du prix ferait baisser le nombre d'abonnés et une baisse du prix le ferait augmenter.

1. Soit $x$ la variation du prix. Déterminer de quelle manière il faut modifier le prix de l'abonnement mensuel pour obtenir un maximum de revenu.
2. Calculer ce revenu.

## Exercice 7 – Intersections

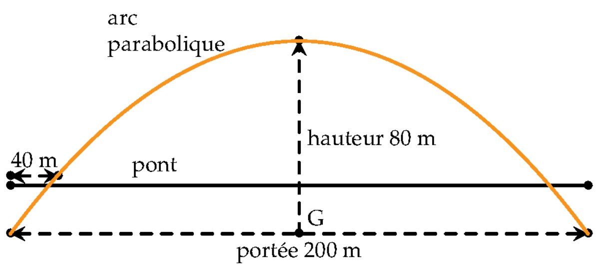
On se place dans un repère orthonormal $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$.

On considère la parabole $\mathscr{P}$ d'équation $y = 2x^2 + 3x - 1$ et la droite $\mathscr{D}$ passant par les points $A(0;7)$ et $B(-1;2)$.

1. Déterminer l'équation réduite de la droite $\mathscr{D}$.
2. Déterminer par le calcul les coordonnées des points d'intersection éventuels de $\mathscr{P}$ et $\mathscr{D}$.
3. Même question avec la droite $\mathscr{D}'$ d'équation $y = 7x - 3$.

## Exercice 8 – Hauteur d'un pont

Un pont est soutenu par un arc parabolique d'une portée de 200 m et d'une hauteur de 80 m. Le pont et l'arc se coupent à 40 m de la rive.




Quelle est la hauteur du pont ?

## Exercice 9 – Parabole passant par trois points donnés

On se place dans un repère orthonormal $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$.

Déterminer la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ dont la représentation graphique passe par les points $A(2;1)$, $B(5;-8)$ et $C(0;-3)$.

## Exercice 10 – Une équation de degré 3

On considère la fonction polynôme $P$ définie par $P(x) = x^3 - 2x^2 - 9x + 18$. Elle est de degré 3.

1. Montrer que 2 est une racine de $P$.
2. Déterminer une fonction polynôme $Q$ du second degré telle que $P(x) = (x-2)\,Q(x)$.
3. Résoudre alors $P(x) = 0$.

# Série 2 fin : Comment modéliser une trajectoire ?

## Exercice 11 – Vrai ou faux ?

Pour chacune des questions suivantes, dire en justifiant si les affirmations proposées sont vraies ou fausses.

1. La parabole d'équation $y = (x+2)^2 - \dfrac{1}{4}$ ne coupe pas l'axe des abscisses.
2. Sans calcul, on peut connaître le signe du discriminant du trinôme $P(x) = \left(2x - 1 + \sqrt{3}\right)\left(12x + \sqrt{7}\right)$.
3. Le trinôme $Q(x) = x^2 + 6x - 1$ admet un maximum en $-3$.
4. Le trinôme $R(x) = -x^2 + 4x + 5$ admet un maximum valant 2.
5. Pour tous les réels $x$, le trinôme $S(x) = -x^2 - 9x - 1$ est négatif.
6. Un trinôme du second degré qui admet un minimum strictement négatif possède un discriminant strictement positif.
7. Les courbes d'équations $y = 25x^2 - x$ et $y = x + 1$ possèdent un unique point d'intersection.

**Spécialité Première** **Parcours 1 : Exercices**

# Série 2 fin : Comment modéliser une trajectoire ?

## Exercice 12 – Vrai ou faux ?

Pour chacune des questions suivantes, dire en justifiant si les affirmations proposées sont vraies ou fausses.

1. La parabole d'équation $y = (x+2)^2 - \dfrac{1}{4}$ ne coupe pas l'axe des abscisses.
2. Sans calcul, on peut connaître le signe du discriminant du trinôme $P(x) = \left(2x - 1 + \sqrt{3}\right)\left(12x + \sqrt{7}\right)$.
3. Le trinôme $Q(x) = x^2 + 6x - 1$ admet un maximum en $-3$.
4. Le trinôme $R(x) = -x^2 + 4x + 5$ admet un maximum valant 2.
5. Pour tous les réels $x$, le trinôme $S(x) = -x^2 - 9x - 1$ est négatif.
6. Un trinôme du second degré qui admet un minimum strictement négatif possède un discriminant strictement positif.
7. Les courbes d'équations $y = 25x^2 - x$ et $y = x + 1$ possèdent un unique point d'intersection.