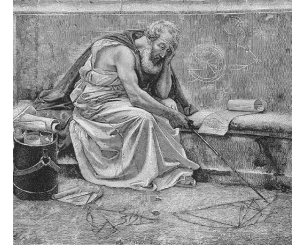


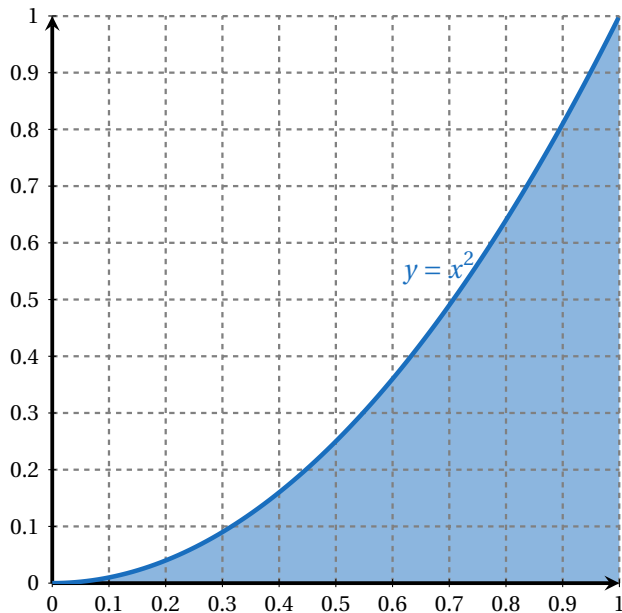
Comment évaluer une grandeur (longueur, aire...)?

Problème : Après la question du calcul de la longueur d'une courbe, on peut se poser la question du calcul de l'aire délimitée par une courbe. C'est parti pour le calcul de l'aire sous la parabole.



Enquête : Se renseigner sur Archimède (en particulier son intérêt pour les paraboles).

Quelles sont les figures géométriques dont on sait calculer l'aire intérieure?



On a colorié l'aire sous la courbe d'équation $y = x^2$ entre $x = 0$ et $x = 1$. L'unité du repère est le mètre.

1. Justifier que cette aire est inférieure à $0,5 \text{ m}^2$.
2. Proposer des méthodes pour évaluer de manière plus précise l'aire coloriée.
3. **Application :**
Donner une valeur approchée de cette aire avec une précision de 10 dm^2 , puis de 1 dm^2 et enfin de 1 cm^2 .
4. Construire un algorithme qui calcule une valeur approchée de cette aire.

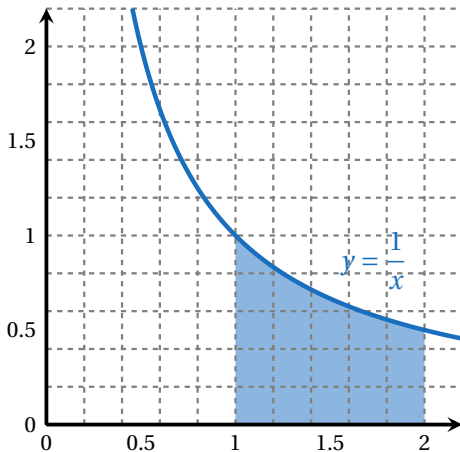
5. Il y a plus de 2000 ans, Archimède a réussi à calculer la valeur exacte de cette aire.

À l'aide des deux suites suivantes, saurez vous en faire autant?

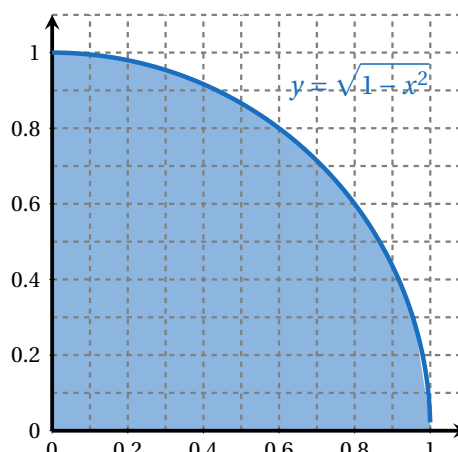
$$R_n = \frac{1}{n} \times \sum_{k=1}^n \left(\frac{k}{n}\right)^2 \quad \text{et} \quad r_n = \frac{1}{n} \times \sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{k}{n}\right)^2$$

Aide : on trouve sur internet une formule utile aux sages $\sum_{j=1}^n j^2 = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \dots$

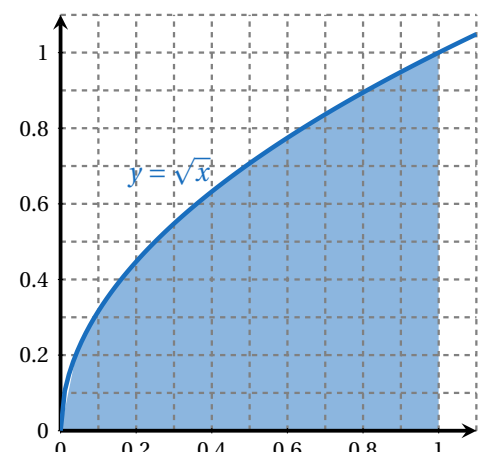
6. **Défis :** Saurez vous estimer l'aire coloriée dans chacun des cas suivants?



$$y = \frac{1}{x} \quad \text{pour} \quad 1 \leq x \leq 2$$



$$y = \sqrt{1-x^2} \quad \text{pour} \quad 0 \leq x \leq 1$$



$$y = \sqrt{x} \quad \text{pour} \quad 1 \leq x \leq 2$$