

Parcours 1 : Histoire des nombres

Etude 1 : Les Égyptiens

Les Égyptiens furent certainement la première civilisation à avoir développé les sciences. D'ailleurs le mot Chimie vient du mot Alchimie qui est l'ancien nom de l'Égypte. Les Égyptiens excellaient particulièrement en Médecine et dans le domaine des Mathématiques appliquées. Mais si nous disposons à l'heure actuelle de bon nombre de papyrus exposant leurs connaissances en Médecine, nous n'avons que peu de documents qui expliquent leurs connaissances mathématiques.

Voici pourtant quelques éléments de Mathématiques égyptiennes.

1. Les nombres égyptiens

Pour écrire les nombres, les Égyptiens utilisaient un système décimal avec 7 symboles différents :

1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000
	∩	∩	⊥	∩	∩	⊥

- 1 est dessiné par un simple trait.
- 10 est représenté par un os du talon.
- 100 est représenté par un bout de corde.
- 1 000 est représenté par un lotus.
- 10 000 est représenté par un doigt.
- 100 000 est représenté par une grenouille ou un têtard.
- 1 000 000 est la représentation d'un Dieu avec les bras levés.

Exemples

• 7 s'écrit $\left(\begin{array}{l} \text{IIII} \\ \text{III} \end{array} \right)$

• 239 s'écrit $\left(\begin{array}{l} \text{IIII} \\ \text{∩∩∩∩ IIII} \\ \text{I} \end{array} \right)$



Exercice 1

1. Quels sont ces nombres : $\left(\begin{array}{l} \text{⊥⊥∩∩∩∩II} \\ \text{⊥} \end{array} \right)$ et $\left(\begin{array}{l} \text{∩∩∩∩} \\ \text{∩∩II} \end{array} \right)$?

2. Écrire (dessiner ?) 55 ; 123 ; 1010 et 3 247 comme un égyptien.

3. a. Combien de symboles sont nécessaires pour écrire 9 876 543 comme un égyptien ?

.....

b. Quel est le lien entre le nombre de symboles nécessaires pour écrire un nombre comme un égyptien et les chiffres qui composent ce nombre (avec l'écriture actuelle) ?

.....

.....

Voici un exemple de mathématiques appliquées pour un égyptien :

Si I seau permet de nourrir II chameaux pendant III jours, combien de seaux doit-on prévoir pour nourrir \cap II chameaux pendant I jours ?

2. Les Fractions égyptiennes

Une **fraction égyptienne** est la **somme de fractions unitaires distinctes**, telles que $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{16}$. C'est à dire que chaque fraction doit avoir 1 comme numérateur et que les dénominateurs doivent être tous différents les uns des autres.

Le papyrus de Rhind contient une table de fractions égyptiennes de la forme $\frac{2}{n}$. Ce papyrus a été écrit en 1650 avant notre ère par Ahmes et il est exposé au British Museum de Londres.



Le papyrus de Rhind

$\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$	$\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$	$\frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}$
$\frac{2}{9} = \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$	$\frac{2}{11} = \frac{1}{6} + \frac{1}{66}$	$\frac{2}{13} = \frac{1}{8} + \frac{1}{52} + \frac{1}{104}$

Exemple de la table des $\frac{2}{n}$ du papyrus de Rhind

a. À quoi est égale la fraction égyptienne $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{16}$?

b. Donner une fraction égyptienne de $\frac{3}{4}$

c. • Pourquoi $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ n'est pas la fraction égyptienne de $\frac{2}{3}$?

• Montrer que pour tout nombre entier k , on a $\frac{1}{k} = \frac{1}{k+1} + \frac{1}{k(k+1)}$.

• Donner alors une fraction égyptienne de $\frac{2}{3}$

• Y a-t-il une seule manière d'écrire une fraction sous la forme d'une fraction égyptienne ?

d. Pour écrire les fractions unitaires qui leur étaient nécessaires, les égyptiens plaçaient le hiéroglyphe \ominus au-dessus du nombre pour obtenir l'inverse.

Par exemple, $\frac{1}{3} + \frac{1}{10}$ s'écrivait $\left(\begin{array}{c} \ominus \quad \ominus \\ ||| \quad \cap \end{array} \right)$. Écrire $\frac{2}{13}$ comme un égyptien.

e. Comment écrire $\frac{4}{5}$ comme un égyptien ?