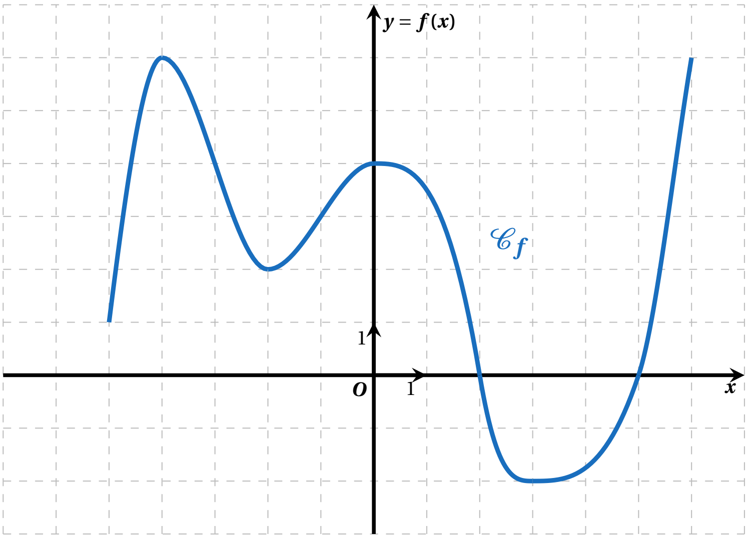
Seconde

Corrections Exercices : Équations et inéquations

==================Correction 1===================



1. $\mathscr{D}_f = [-5;6]$
2. L'image de -2 par f est 2.
3. L'image de 3 par f est -2.
4. $f(-4) = 6$.
5. Résoudre l'équation $f(x) = 6$.

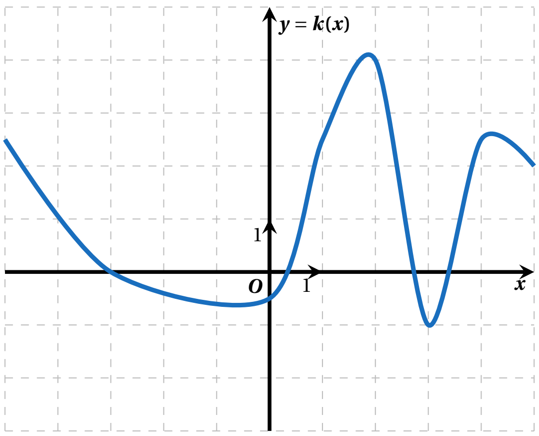
   L'équation $f(x) = 6$ a deux solutions : -4 et 6
6. Résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant 0$.

   $f(x) \leqslant 0$ pour $x \in [2;5]$.
7. Nombre de solutions de $f(x) = 3,5$?

   Il y a 5 solutions.
8. Dresser le **tableau de signe** de f :

x	-5		2		5		6
$f(x)$		+	0	$-$	0	+	

==================Correction 2===================



Estimer les solutions des inéquations :

1. $k(x) \geqslant 3$

   $x \in [1,2\ ;\ 2,2]$ (environ)
2. $k(x) \leqslant 1$

   $x \in [-4\ ;\ 0,6] \cup [2,6\ ;\ 3,6]$
3. $k(x) > 0$

   $x \in [-5\ ;\ -3] \cup [0,3\ ;\ 2,8] \cup [3,3\ ;\ 5]$
4. $k(x) < -1$

   Pas de solution

Dresser le **tableau de signe** de la fonction k.

x	-5		-3		0.3		2.8		3.3		5
$k(x)$		+	0	$-$	0	+	0	$-$	0	+	

==================Correction 3===================

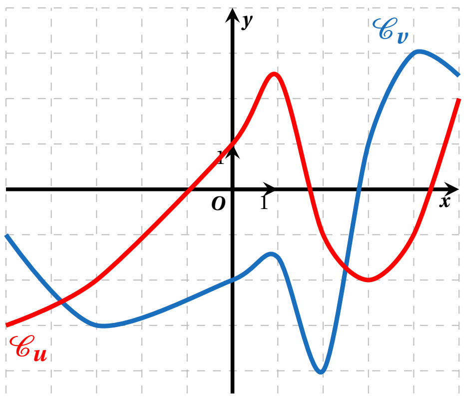
Voici les courbes représentatives de deux fonctions u et v définies sur $[-5;5]$. Estimer les solutions des (in)équations ci-dessous.

1. $u(x) = v(x)$

Les abscisses des points d'intersection : $x = -3,8$ et $x = 2,5$ environ

2. $u(x) \leqslant v(x)$

$\mathscr{C}_u$ est en dessous de $\mathscr{C}_v$ pour : $x \in [-5\ ;\ -3,8] \cup [2,5\ ;\ 5]$



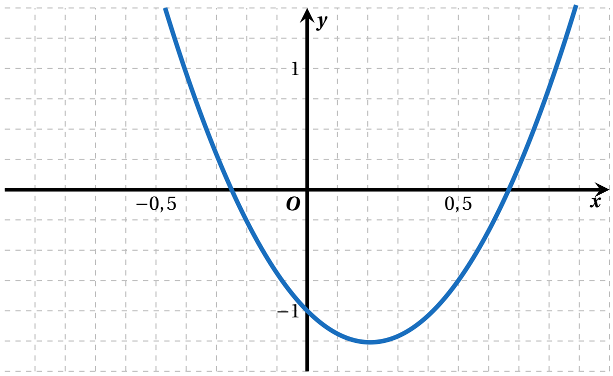
==================Correction 4===================

On a représenté ci-contre la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 0,5(3x-2)(4x+1)$$

1. Estimer graphiquement les solutions de l'équation :

$$0,5(3x-2)(4x+1) = 0$$



La courbe coupe l'axe des abscisses en $x = -0,25$ et $x \approx 0,7$

Ce sont les deux solutions

2. $0,5(3x-2)(4x+1) = 0$

On a un produit nul donc (propriété),

$$\begin{array}{rcl} 3x-2 & = & 0 \\ 3x & = & 2 \\ x & = & \frac{2}{3} \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{rcl} 4x+1 & = & 0 \\ 4x & = & -1 \\ x & = & -0,25 \end{array}$$

Deux solutions : $\frac{2}{3} \approx 0,67$ et $-0,25$.

Remarque : $0,5$ est aussi un facteur mais il est toujours différent de 0.

==================Correction 5===================

Résoudre les équations suivantes :

1. $5-2x = 0$

$5 = 2x$

$x = 2,5$

2. $10x+1 = 19+x$

$9x = 18$

$x = 2$

3. $(x-3)(x+2) = 0$

On a un produit nul :

$x = 3$ ou $x = -2$

4. $(x-3)(x-4) = 0$

On a un produit nul :

$x = 3$ ou $x = 4$

5. $(2x+3)(1-x) = 0$

On a un produit nul :

$x = -1,5$ ou $x = 1$

6. $x^2 = 9$

"un nombre dont le carré vaut 9 ?"

$x = 3$ ou $x = -3$

7. $x^2 - 16 = 0$ soit $x^2 = 16$

"un nombre dont le carré vaut 16 ?"

$x = 4$ ou $x = -4$

8. $x^2 + 4 = 0$

$x^2 = -4$ Impossible!

Pas de solution réelle

9. $12 - 3x^2 = 0$

$12 = 3x^2$

$4 = x^2$

"un nombre dont le carré vaut 4 ?"

$x = 2$ ou $x = -2$

==================Correction 6===================

1. $-x(5-4x) = 0$

On a un produit nul :

$-x = 0$ ou $5-4x = 0$

$x = 0$ | $x = 1,25$

2. $x^2 + 4x + 4 = 0$

Ce n'est pas un produit, il faut factoriser

Première identité remarquable :

$(x+2)^2 = 0$

$x + 2 = 0$

$x = -2$

3. $36x^2 - 12x + 22 = 21$ Vidéo ...

Se ramener à $= 0$

$36x^2 - 12x + 1 = 0$

Ce n'est pas un produit, il faut factoriser

IR2 : $(6x-1)^2 = 0$

$(6x-1) = 0$

$x = \frac{1}{6}$

4. $5(6x-7)^2 = 20$ Vidéo ...

5. $(3x+4)^2 = (5x-6)^2$

Vidéo ...

6. $5x^2 = 8x$

Se ramener à $= 0$

$5x^2 - 8x = 0$

Factoriser par x

$x(5x-8) = 0$

On a un produit nul :

$x = 0$ ou $5x - 8 = 0$

$x = 0$ | $x = 1,6$

==================Correction 7===================

1. $(x-2)^2-(x+6)^2=6$ Ce n'est pas un produit nul

Si l'on essaye de se ramener à 0 et de factoriser, cela ne passe pas ...

C'est un des rares cas où développer est une bonne idée car les x^2 vont s'annuler (il suffit d'anticiper)

$(x-2)^2-(x+6)^2=x^2-4x+4-(x^2+12x+36)=x^2-4x+4-x^2-12x-36=-16x-32$

Ainsi, cela revient à résoudre : $-16x-32=6$

$$-16x=6+32$$
$$-16x=38$$
$$x=38\div(-16)$$
$$x=-2,375$$

2. $5x+8=9x-7$ Équation du premier degré

$$5x-9x=-7-8$$
$$-4x=-15$$
$$x=-15\div(-4)=3,75$$

3. $(2x+1)\underline{(x+4)}+\underline{(x+4)}(3-5x)=0$ Facteur commun : $(x+4)$

$$\underline{(x+4)}((2x+1)+(3-5x))=0$$
$$(x+4)(2x+1+3-5x)=0$$
$$(x+4)(-3x+4)=0$$ On a un produit nul :

$x+4=0$ ou $-3x+4=0$

$x=-4$ | $x=\frac{4}{-3}=\frac{-4}{3}$

4. $\underline{(x-7)}(3x-5)-(9x-4)\underline{(x-7)}=0$ Facteur commun : $(x-7)$

$$\underline{(x-7)}((3x-5)-(9x-4))=0$$
$$(x-7)(3x-5-9x+4)=0$$ Attention aux signes!
$$(x-7)(-6x-1)=0$$ On a un produit nul :

$x-7=0$ ou $-6x-1=0$

$x=7$ | $x=\frac{1}{-6}=\frac{-1}{6}$

==================Correction 8===================

1. Vérifier que ce programme donne 9 si le nombre choisi au départ est 2.

➭ choisir un nombre ;
➭ calculer son carré ;
➭ prendre le quadruple du résultat ;
➭ ajouter -7 au résultat.

➭ 2 ➭ $2^2=4$ ➭ $4\times4=16$ ➭ $16-7=9$

Le résultat est bien 9 si le nombre choisi au départ est 2.

2. Quel nombre doit-on choisir pour obtenir 2 ?

Plusieurs méthodes sont possibles ici...

Voici une méthode générale : On détermine une expression correspondant à ce programme :

➭ x ➭ x^2 ➭ $4x^2$ ➭ $4x^2-7$ On doit donc résoudre l'équation : $4x^2-7=2$

$4x^2-9=0$ on reconnaît l'IR3

$(2x-3)(2x+3)=0$ on a un produit nul

$2x-3=0$ ou $2x+3=0$

$x=1,5$ | $x=-1,5$

Pour obtenir 2, on peut choisir $1,5$ ou $-1,5$ au départ

==================Correction 9===================

(Vidéo) C'est un exercice très classique qui reprend le minimum attendu pour ce chapitre :

On considère la fonction f définie par $f(x) = 2x^2 + 74x - 420$.

1. Résoudre l'équation : $f(x) = -420$

   On cherche donc les antécédents de -420 par f...

   $2x^2 + 74x - 420 = -420$ c'est une équation du second degré

   $2x^2 + 74x = 0$ (On a ajouté 420 de chaque côté pour simplifier et se ramener à 0)

   Il faut ensuite factoriser. Ce n'est pas une IR, il y a un facteur commun : x

   $x(2x + 74) = 0$ On a un produit nul :

   $x = 0$ ou $2x + 74 = 0$

   $x = 0$ | $x = -74 \div 2 = -37$

   Les solutions de cette équation sont 0 et -37. On peut vérifier que $f(0) = -420$ et aussi que $f(-37) = -420$.

2. Vérifier que f peut s'écrire : $f(x) = (2x - 10)(x + 42)$

   On utilise la double distributivité pour développer : (Attention aux signes! Il y a -10...)

   $(2x-10)(x+42) = 2x \times x + 2x \times 42 - 10 \times x - 10 \times 42 = 2x^2 + 84x - 10x - 420 = 2x^2 + 74x - 420 = f(x)$

   On a maintenant une forme factorisée de $f(x)$ qui peut être utile.

3. Résoudre l'équation : $f(x) = 0$

   Il faut donc résoudre $2x^2 + 74x - 420 = 0$. C'est une équation du second degré sous forme développée.

   Il nous faut la forme factorisée et on l'a!

   $(2x - 10)(x + 42) = 0$ On a un produit nul :

   $2x - 10 = 0$ ou $x + 42 = 0$

   $x = 5$ | $x = -42$

   Les solutions de cette équation sont 5 et -42. On peut vérifier que $f(5) = 0$ et aussi que $f(-42) = 0$.

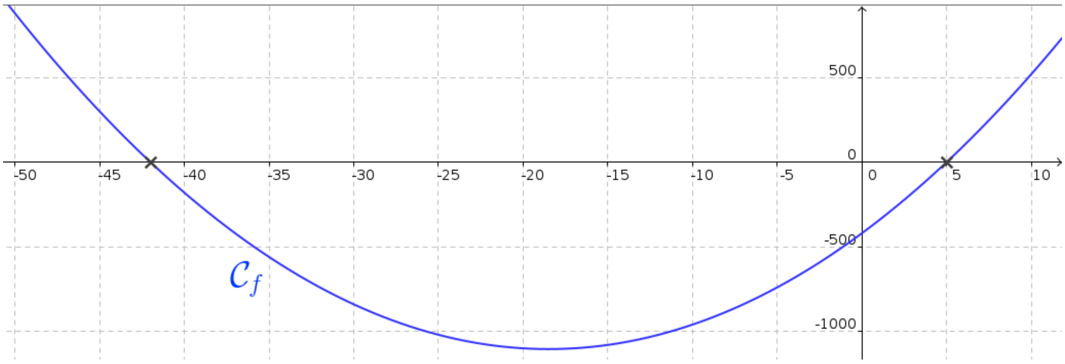
4. Dresser le tableau de signe de f. Cette question est difficile, il faut regarder l'exemple du cours :

   Études de chaque facteur :

   - $2x - 10 = 0$ implique $x = 5$.
     $2x - 10$ est l'expression algébrique d'une fonction **affine croissante.**
   - $x + 42 = 0$ implique $x = -42$.
     $x + 42$ est l'expression algébrique d'une fonction **affine croissante.**

x	$-\infty$		-42		5		$+\infty$
$2x - 10$		$-$		$-$	0	$+$	
$x + 42$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

On peut constater sur un graphique :



=================Correction 10==================

Déterminer tous les nombres dont la moitié est égale à leur inverse.

Soit x un tel nombre.

La moitié de x s'écrit : $\dfrac{x}{2}$ L'inverse de x s'écrit : $\dfrac{1}{x}$. (Donc x n'est pas égal à 0 car 0 n'a pas d'inverse.)

Si la moitié de x est égale à l'inverse de x, on obtient une équation : $\dfrac{x}{2}=\dfrac{1}{x}$

Cette équation est très particulière…

On va appliquer l'égalité des **produits en croix** :

Si $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ (avec $b\neq 0$ et $c\neq 0$) alors on a l'égalité : $a\times d=b\times c$

$\dfrac{x}{2}=\dfrac{1}{x}$

$x\times x=2\times 1$

$x^2=2$

Un nombre dont le carré vaut 2 ? … Il y a $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$

On peut vérifier : (L'inverse de $\sqrt{2}$) : $\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{1\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (La moitié de $\sqrt{2}$)

(L'inverse de $-\sqrt{2}$) : $\dfrac{1}{-\sqrt{2}}=\dfrac{-1}{\sqrt{2}}=\dfrac{-1\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{-\sqrt{2}}{2}$ (La moitié de $-\sqrt{2}$)

=================Correction 11==================

1. Marc choisit cinq nombres entiers consécutifs et en fait la somme. Il obtient 2 625.

   Quels sont ces nombres ?

2. Dans ma maison il y a cinq pièces pour une surface totale de 135 m^2. La surface de la pièce n°2 est le double de la surface de la pièce n°1. La surface de la pièce n°3 est le triple de la surface de la pièce n°1…La surface de la pièce n°5 est égale à 5 fois la surface de la pièce n°1.

   Quelle est la surface de chaque pièce ?

1. On pose x le plus petit des 5 nombres consécutifs choisi par Marc (il serait plus simple de choisir le nombre du milieu pour l'inconnue…).

   La somme des cinq nombres s'écrit donc : $x+x+1+x+2+x+3+x+4=2\,625$.

   On obtient donc : $5x+10=2\,625$ puis $x=523$.

   Les cinq nombres sont donc : 523, 524, 525, 526 et 527.

2. De même, on pose x la surface de la plus petite pièce. La surface de la pièce n°2 s'écrit donc $2x$ puis $3x$ pour la surface de la pièce n°3…

   On a donc : $x+2x+3x+4x+5x=135$

   Soit : $15x=135$ puis $x=9$.

   La surface de la plus petite pièce est $9m^2$…

=================Correction 12==================

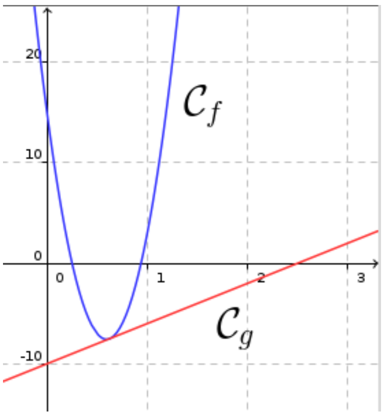
Soient f et g deux fonctions définies par : $f(x) = 64x^2 - 76x + 15$ et $g(x) = 4x - 10$.
On note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ leurs courbes représentatives dans un repère.

Déterminer les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$

C'est un exercice très classique, intersection de deux courbes. Analysons cette question.
Commençons par tracer ces fonctions sur **geogebra** (En ligne de chez vous).
f est une fonction du second degré, on obtient donc une parabole et g est une fonction affine croissante.
En général, il peut y avoir 3 possibilités :

- 2 points d'intersection
- 1 seul point d'intersection
- Aucun

Ici, il y a en peut-être un ou deux ...



On cherche les « moments » (x) où les courbes se croisent c'est à dire où l'on a $f(x) = g(x)$.
C'est une équation :

$64x^2 - 76x + 15 = 4x - 10$ (Équation de degré 2, on se ramène à = 0)

Il faut savoir résoudre ce type d'équation. Essayez avant de regarder la correction !

$64x^2 - 76x + 15 - 4x + 10 = 0$

$64x^2 - 80x + 25 = 0$

Il faut factoriser. On ne voit pas de facteur commun intéressant donc on pense aux identités remarquables :

$(8x - 5)^2 = 0$

$8x - 5 = 0$

$8x = 5$

$x = 0,625$

Un seul point d'intersection car une seule solution. Elle correspond à l'abscisse du point d'intersection (voir le graphique).
Pour calculer l'ordonnée, on peut calculer l'image de $0,625$ par f ou par g (même résultat normalement...)
Le plus simple : $g(0,625) = 4 \times 0,625 - 10 = 2,5 - 10 = -7,5$.
Les coordonnées du point d'intersection entre $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sont : $(0,625; -7,5)$.

==================Correction 13==================

Déterminer tous les nombres dont le triple est strictement supérieur à 5.

Effectuons des tests :

- Prenons 2 par exemple, $2 \times 3 = 6 > 5$ donc le triple de 2 est strictement supérieur à 5.
- Avec 1, $1 \times 3 = 3 \leqslant 5$ donc le triple de 1 n'est pas strictement supérieur à 5.
- Avec 1,5, $1,5 \times 3 = 4,5 \leqslant 5$ donc le triple de 1,5 n'est pas strictement supérieur à 5.
- Avec 1,7, $1,7 \times 3 = 5,1 > 5$ donc le triple de 1,7 est strictement supérieur à 5.
- ...

Il nous faut une **inéquation** : Soit x un nombre dont le triple est strictement supérieur à 5.

$3x > 5$

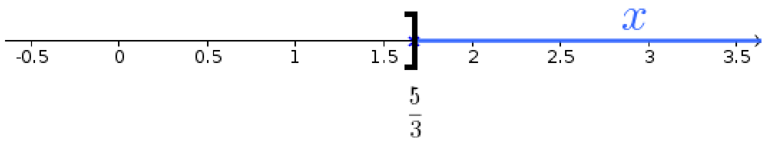
$x > \dfrac{5}{3}$ On divise par 3 de chaque côté.

Les solutions sont donc tous les nombres réels strictement supérieurs à $\dfrac{5}{3}$.

Cela s'écrit $x \in \left]\dfrac{5}{3};+\infty\right[$. On peut lire : « x appartient à l'intervalle ouvert $\dfrac{5}{3}$, $+\infty$.

Ou encore x est strictement compris entre $\dfrac{5}{3}$ et $+\infty$.

Sur une droite graduée, cela donne :



Le sens du crochet montre que $\dfrac{5}{3}$ n'est pas en bleu.

==================Correction 14==================

Recopier et compléter par $\in$ ou $\notin$:

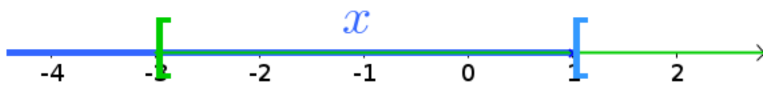
1. $1,4 \in [0;\sqrt{2}]$ **2.** $-\pi \notin]-3;-1[$ **3.** $6 \in \left[\dfrac{7}{3};+\infty\right[$ **4.** $-3 \notin]-\infty;-3,5[$

==================Correction 15==================

Utiliser les intervalles pour décrire les ensembles de nombres x tels que :

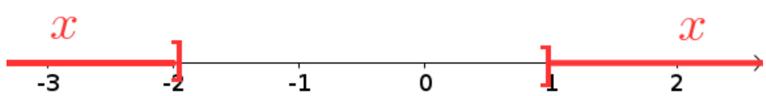
1. $x < 1$ et $x \geqslant -3$:
   « x strictement plus petit que 1 » (en bleu) et « x est supérieur ou égal à -3 » :

   Sur une droite graduée, cela donne :



   Pour obtenir les deux conditions, on a : $x \in [-3;1[$.

2. $x \leqslant -2$ **ou** $x > 1$ (Le « ou » est très important !) :



   Pour obtenir les deux conditions, on a : $x \in]-\infty;-2]$ ou $x \in]1;+\infty[$.

   Dans les probabilités, nous avons vu comment écrire « ou » : $\cup$

   On résume donc par : $x \in]-\infty;-2] \cup]1;+\infty[$

3. $x \leqslant 3,5$ ou $x < -1$

$x \in]-\infty; 3,5]$ (La deuxième condition est inclue dans la première...)

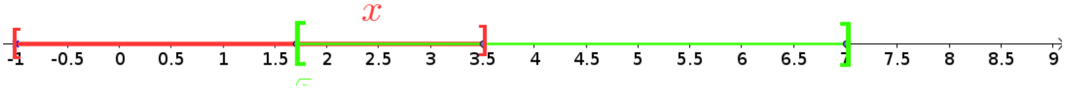
4. $x \geqslant \pi$ et $x \leqslant 3$

Il n'y a pas de solution. Un nombre réel ne peut être à la fois plus grand que π et plus petit que 3

=================Correction 16==================

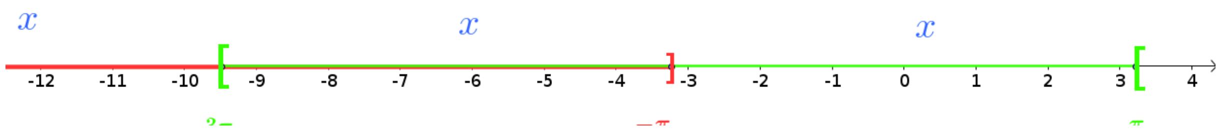
Simplifier, lorsque c'est possible, l'écriture des ensembles ci-dessous.

1. $[-1; 3,5] \cap \left[\sqrt{3}; 7\right]$



Il faut les deux conditions donc : $x \in \left[\sqrt{3}\ ;\ 3,5\right]$.

2. $]-\infty; -\pi] \cup [-3\pi; \pi[$



Il faut l'une **ou** l'autre condition donc : $x \in]-\infty\ ; \pi[$.

3. $[-7,1\ ;\ 2] \cap [2; +\infty[$

Le seul nombre présent dans les deux intervalles à la fois est 2 donc $x = 2$ ou $x \in \{2\}$ ou $x \in [2; 2]$.

4. $[-5; 0] \cup [3; +\infty[$

Ici, on ne peut simplifier davantage l'écriture

==================Correction 17===================

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

1. $x-6>8$

   $x>8+6$ Ajouter 6 ne change pas le signe de l'inégalité

   $x>14$

2. $2x<7$

   $x<7\div 2$ Diviser par 2 ne change pas le signe de l'inégalité

   $x<3,5$

3. $8-x\leqslant 3$

   $-x\leqslant 3-8$ Enlever 8 ne change pas le signe de l'inégalité

   $-x\leqslant -5$

   $x\geqslant 5$ Multiplier par -1 change le signe de l'inégalité

4. $-2x\geqslant 24$

   $x\leqslant 24\div(-2)$ Diviser par -2 change le signe de l'inégalité

   $x\leqslant -12$

5. $4x-7\leqslant 10x+8$

   $4x-10x\leqslant 8+7$ Enlever $10x$ et ajouter 7 ne change pas le signe de l'inégalité

   $-6x\leqslant 15$

   $x\geqslant 15\div(-6)$ Diviser par -2 change le signe de l'inégalité

   $x\geqslant -2,5$

6. $8x+11<3x-4$

   $8x-3x<-4-11$ Enlever $3x$ et enlever 11 ne change pas le signe de l'inégalité

   $5x<-15$

   $x<-15\div 5$ Diviser par 5 ne change pas le signe de l'inégalité

   $x<-3$

7. $2x+9\geqslant 3x-2$ Autre astuce pour conserver un nombre positif de x ...

   $9+2\geqslant 3x-2x$ Enlever $2x$ et ajouter 2 ne change pas le signe de l'inégalité

   $11\geqslant x$

   $x\leqslant 11$

8. $-2x-5<-7x-15$

   $-2x+7x<-15+5$ Ajouter $7x$ et ajouter 5 ne change pas le signe de l'inégalité

   $5x<-10$

   $x<-2$ Diviser par 5 ne change pas le signe de l'inégalité

==================Correction 18===================

Nadia fabrique des cartes d'anniversaire avec la technique du scrapbooking.
Les perforatrices et les tampons-encreurs pour les papillons et le motif joyeux anniversaire ont coûté $46,70$€.
Pour chaque carte, Nadia dépense $1,54$€ pour le papier cartonné, les rubans...
En supposant qu'elle les vende 4€ pièce, à partir de combien de cartes vendues Nadia dégagera-t-elle un bénéfice ?

Commençons par tester avec un nombre de cartes vendues un peu au hasard.
Si Nadia fabrique et vend 10 cartes :
$4 \times 10 = 40$. Elle récupère 40 euros de la vente.
$1,54 \times 10 = 15,4$ Elle dépense $15,40$ euros pour les rubans ...
Mais il y a aussi les $46,70$€ d'investissement au départ.
$15,40 + 46,70 = 62,10$. La production de 10 cartes coûte donc $62,10$€ .
Ce n'est pa rentable de produire et de vendre 10 cartes.

On pourrait arriver au résultat demandé en effectuant des tests mais nous allons résoudre un inéquation :

Soit x le nombre de cartes produites puis vendues :

- La recette : 4€ par carte vendue donc $R(x) = 4x$.
- Le coût de production : $46,70$€ d'investissement au départ puis $1,54$€ par carte :
  $C(x) = 46,70 + 1,54x$ (On remarque une fonction affine ici...)

Pour réaliser un bénéfice (positif), il faut que la recette soit supérieure aux coûts :

$$\begin{aligned}
4x &> 46,70 + 1,54x \\
4x - 1,54x &> 46,70 \\
2,46x &> 46,70 \\
x &> 46,70 \div 2,46 \\
x &> 46,70 \div 2,46 \approx 18,98
\end{aligned}$$

Elle doit donc vendre au moins 19 cartes pour dégager un bénéfice.

==================Correction 19===================

Un artisan fabrique entre 0 et 60 vases par jour et estime que le coût de production de x vases est modélisé par la fonction C donnée par $C(x) = x^2 + 10x + 500$. On note $R(x)$ la recette, en euros, correspondant à la vente de x vases fabriqués. Un vase est vendu 70 €.

1. Exprimer $R(x)$ en fonction de x. $R(x) = 70x$
2. Calculer le coût, la recette et le bénéfice réalisée lorsque l'artisan vend 15 vases.
   - $C(15) = 15^2 + 10 \times 15 + 500 = 225 + 150 + 500 = 875$. Le coût pour 15 vases est 875€.
   - $R(15) = 70 \times 15 = 1050$. La recette est de 1050€.
   - $1050 - 875 = 175$. Le bénéfice est de 175€.
3. Calculer le coût, la recette et le bénéfice réalisée lorsque l'artisan vend 60 vases.
   - $C(60) = 60^2 + 10 \times 60 + 500 = 3600 + 600 + 500 = 4700$. Le coût pour 60 vases est 4700€.
   - $R(60) = 70 \times 60 = 4200$. La recette est de 4200€.
   - $4200 - 4700 = -500$. Le bénéfice est de -500€(perte de 260€).

4. Vérifier que le bénéfice, en euros, réalisé par l'artisan est donné par la fonction B dont l'expression est :

$$B(x) = -x^2 + 60x - 500$$

Bénéfices = Recettes − Coûts

$B(x) = R(x) - C(x) = 70x - (x^2 + 10x + 500) = 70x - x^2 - 10x - 500 = -x^2 + 60x - 500$

5. a) Développer l'expression : $(x-50)(10-x)$.

Double distributivité (attention aux signes) :

$(x-50)(10-x) = x \times 10 - x \times x - 50 \times 10 + 50 \times x = 10x - x^2 -$

$500 + 50x = -x^2 + 60x - 500 = B(x)$ OK

On a maintenant la forme factorisée de $B(x)$.

b) En déduire un intervalle de production sur lequel l'artisan réalise des bénéfices.

$B(x) = (x-50)(10-x)$. On cherche donc à résoudre l'inéquation :

$$(x-50)(10-x) > 0$$

Si vous êtes en difficulté, il faut au moins résoudre l'équation produit nul : $(x-50)(10-x) = 0$.

Dressons le tableau de signe de B. Cette question est difficile, il faut regarder l'exemple du cours :

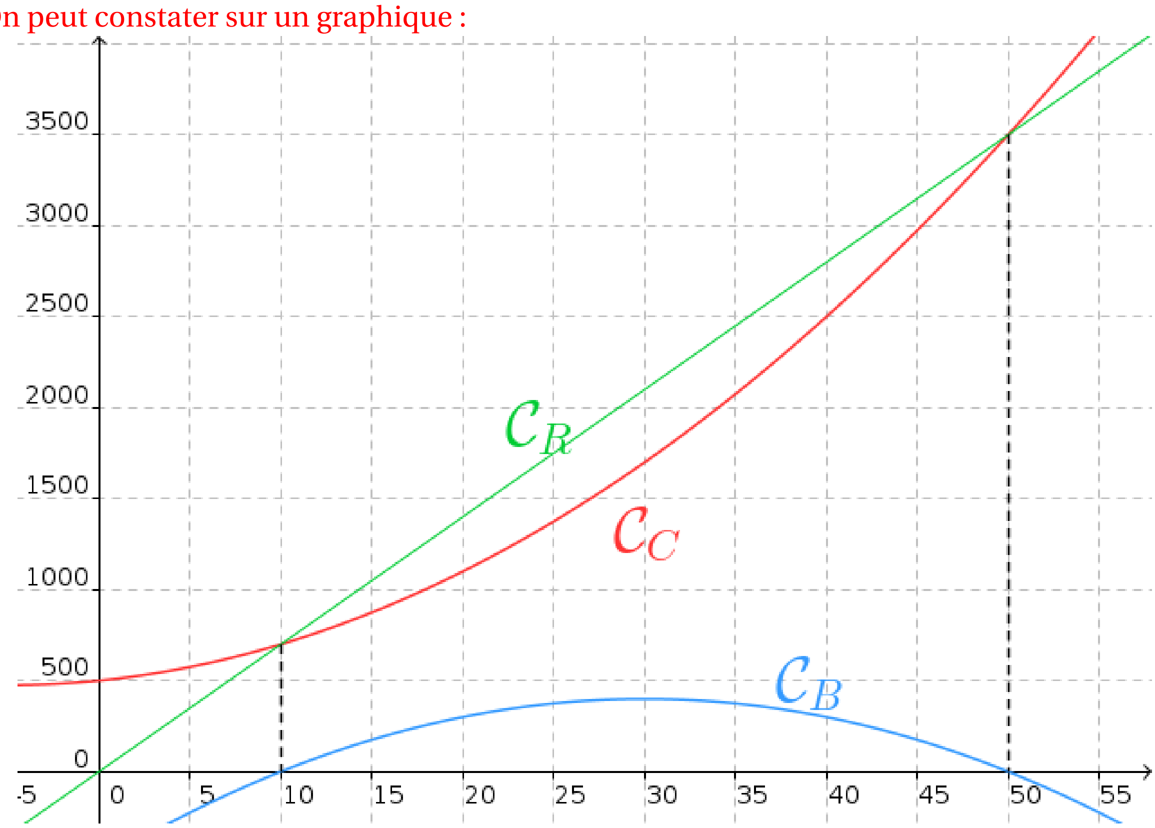
Études de chaque facteur :

- $x - 50 = 0$ implique $x = 50$.
  $x - 50$ est l'expression algébrique d'une fonction **affine croissante**.
- $10 - x = 0$ implique $x = 10$.
  $10 - x$ est l'expression algébrique d'une fonction **affine décroissante**.

x	0		10		50		$+\infty$
$x-50$		$-$		$-$	0	$+$	
$10-x$		$+$	0	$-$		$-$	
$B(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Conclusion : Sur l'intervalle $]10\,;\,50[$, l'artisan réalise des bénéfices strictement positifs.

On peut constater sur un graphique :



=================Correction 20==================

Ci-contre sont donnés les tarifs, en euros, des taxis de trois capitales européennes. On supposera que la course se fera sans embouteillage.
Comparer les trois tarifs.

	Prise en charge	Prix au km
Paris	3,65	1,00
Madrid	2,30	1,05
Londres	2,80	1,85

Si l'on ne sait pas, il faut tester avec un trajet (de 10km par exemple) :

- Paris : $3,65 + 10 \times 1 = 13,65$. Le trajet coûtera $13,65$€.
- Madrid : $2,30 + 10 \times 1,05 = 2,30 + 10,50 = 12,80$. Le trajet coûtera $12,80$€.
- Londres : $2,80 + 10 \times 1,85 = 2,80 + 18,50 = 21,30$. Le trajet coûtera $21,30$€.

Définissons 3 fonctions. Soit x le nombre de km du trajet.

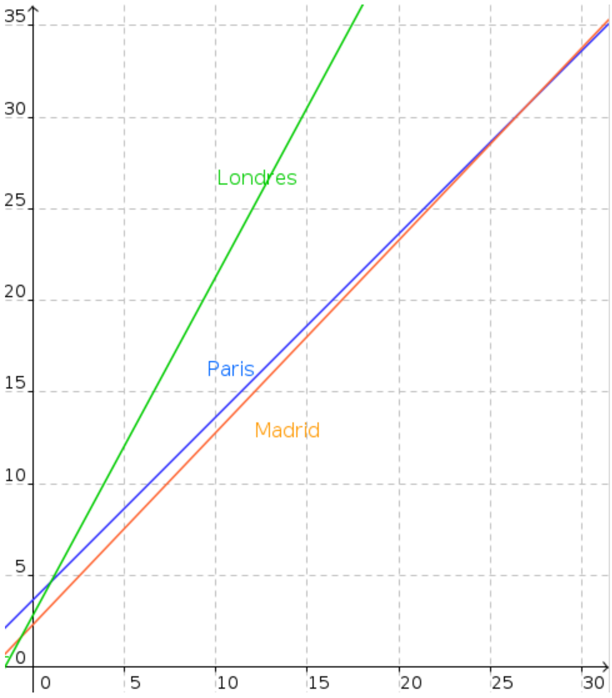
- Paris : $P(x) = 3,65 + x \times 1 = x + 3,65$
- Madrid : $M(x) = 2,30 + x \times 1,05 = 1,05x + 2,30$
- Londres : $L(x) = 2,80 + x \times 1,85 = 1,85x + 2,80$

On a maintenant 3 fonctions affines qu'il nous faut comparer. Il y a donc 3 inéquations à résoudre :

- Paris > Madrid ? : $P(x) > M(x)$
- Madrid > Londres ? : $M(x) > L(x)$
- Londres > Paris ? : $L(x) > P(x)$

- Paris > Madrid ? : $x + 3,65 > 1,05x + 2,30$
- Madrid > Londres ? : $1,05x + 2,30 > 1,85x + 2,80$
- Londres > Paris ? : $1,85x + 2,80 > x + 3,65$

Je vous laisse résoudre ces inéquations puis vérifier vos réponses à l'aide du graphique suivant :

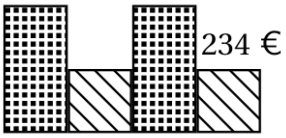


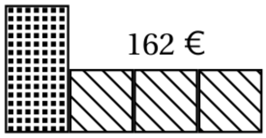
On voit que les taxis à Londres sont toujours plus chers qu'à Madrid.

À partir de 1 km, les taxis à Londres coûtent plus chers qu'à Paris.

À partir de 27 km, les taxis à Madrid coûtent plus chers qu'à Paris.

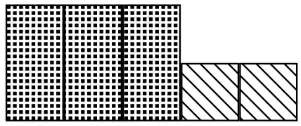
=================Correction 21==================





Deux compositions de meubles sont exposées en magasin, la première au prix de 234 € et la deuxième au prix de 162 €.

Quel est le prix de la composition ci-dessous ? Expliquer la démarche suivie.



Vous avez une méthode plus simple en vidéo.
Soient x le prix d'un grand meuble et y le prix d'un petit meuble.
D'après les deux compositions exposées, on a un système d'équations :

$$\begin{cases} 2x+2y & = & 234 \\ x+3y & = & 162 \end{cases}$$

Il y a plein de méthodes. Par substitution :

$$\begin{cases} 2x+2y & = & 234 \\ x & = & 162-3y \end{cases} \qquad \text{On isole } x$$

$$\begin{cases} 2(162-3y)+2y & = & 234 \\ x & = & 162-3y \end{cases} \qquad \text{On substitue } x \text{ par } 162-3y$$

La première ligne nous offre maintenant une équation à une seule inconnue. Brutalement :

$$\begin{array}{rcl} 2(162-3y)+2y & = & 234 \\ 324-6y+2y & = & 234 \\ 324-4y & = & 234 \\ -4y & = & 234-324 \\ -4y & = & -90 \\ y & = & 22,5 \end{array}$$

Enfin, $x = 162-3y = 162-3\times 22,5 = 162-67,5 = 94,5$
Un petit meuble coûte 22,5€ et un grand coûte 94,5€.
Le prix de la troisième composition est : $3\times 94,5+2\times 22,5 = 328,5$ soit $328,5$€.