Exercices : Fonctions de référence

Activité 1 : *Respire !*

La pression atmosphérique est (avec la température, la vitesse, la direction du vent et enfin l'humidité), l'un des cinq paramètres fondamentaux de la prévision météorologique.

> Note : Les amateurs de montagnes savent que l'air se raréfie quand l'altitude augmente. Cela entraîne une diminution de l'oxygène dans l'air. La raréfaction de l'oxygène est très dangereuse pour certaines personnes ayant des difficultés respiratoires. On mesure la raréfaction de l'air par la pression ; par exemple, on regarde le poids d'une colonne d'air cylindrique d'un mètre de haut et de $1cm^2$ de base. L'unité la plus utilisée est l'hectopascal notée hPa ($= 100Pa$).

Partie 1

Le tableau ci-contre donne les pressions mesurées à différentes altitudes en France :

Altitude en km	0	1	2	3	4	5
Pression en hPa	1010	896	792	699	614	538

Comment évaluer la pression pour une altitude de $4810m$ (altitude du Mont Blanc) ?

Partie 2

Voici un relevé de mesures de la pression à des altitudes plus élevées (arrondies à 1 hPa près).

Altitude en km	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	25	30
Pression en hPa	1010	896	792	699	614	538	470	409	355	306	264	194	121	55	26	12

Le physicien Jacques Babinet ($1794 - 1872$) a proposé une formule pour calculer la pression (en hPa) en fonction de l'altitude x (en km). Cette formule définit une fonction f par $f(x) = 1000 \times \dfrac{16.96 - x}{16.96 + x}$.

1) Cette formule vous paraît-elle donner des résultats cohérents par rapport aux valeurs du relevé ? pour toutes les valeurs ? pour un intervalle restreint ?
2) Pour simplifier les calculs, montrer que $f(x) = 1000 \times \left(\dfrac{33.92}{16.96 + x} - 1\right)$.
3) Le Mont Éverest de la chaine de l'Himalaya (frontière du Népal et du Tibet) est estimé à $8850m$. Évaluer la pression à cette altitude.

Exercice 2 :

Voici des informations sur une fonction f et une fonction g. Dans un repère, dessiner à main levée une courbe possible pour f et g, puis faire leur tableau de variations.

1) f est définie sur l'intervalle $[-4 ; 6]$; le minimum de f est -7 ; on sait que $f(-4) = -5$ et que $f(6) = 0$. Enfin, f est décroissante sur $[-4 ; 3]$ et croissante sur $[3 ; 6]$.
2) g est définie sur l'intervalle $[-4 ; 4]$; g est décroissante sur $[-4 ; -2]$ et sur $[0 ; 4]$ et croissante sur $[-2 ; 0]$. Les extrema de g sont -1 et 5. Enfin, $g(0) = 2$ et g s'annule en -2 et en 3

Exercice 3 :

Voici le tableau de variation d'une fonction f :

x	$-\infty$		-3		7		$+\infty$
Variations de f		↗	4	↘	-2	↗	

	Vrai	Faux	On ne peut pas savoir
$f(4) = -3$			
$f(0) \geqslant f(6)$			
$f(5) \leqslant 4$			
$f(2) = 0$			

Activité 4 : *Pas si vite !*

On se demande si on peut trouver une formule simple donnant la distance d ?arret D_A d'une voiture en fonction de sa vitesse. La distance d'arret du véhicule est la somme de la distance liée à la réaction de l'automobiliste D_R et de la distance de freinage D_F. Des expérimentations ont conduit aux données suivantes :

Vitesse en km/h	Distance de **freinage** en m	Distance lié au **temps de réaction** en m	**DISTANCE D'ARRET** en m
30	5	9	14
40	8	12	20
50	13	15	28
60	18	18	36
70	25	21	46
80	32	24	56
90	41	27	68
100	50	30	80
110	61	33	94
120	72	36	108

A l'aide d'un tableur ou à la main :

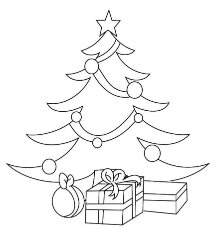
1) Représenter sur un même graphique les représentations graphiques donnant D_F, D_R et D_A en fonction de v.
2) Trouver une formule exprimant D_R en fonction de v.
3) Peut-on faire de même pour la distance d'arret D_A ?

Exercice 5 :

Lesquelles des fonctions définies ci-dessous sont affines ? Donner leur sens de variation :

- $f(x) = -3x+1$
- $g(x) = -12x+1$
- $h(x) = 2x-3$
- $j(x) = x^2+1$
- $k(x) = 4x^2-1-(2x+3)^2$
- $l(x) = -2x+1$
- $m(x) = x^2+2$
- $n(x) = 3x-5$

Exercice 6 :

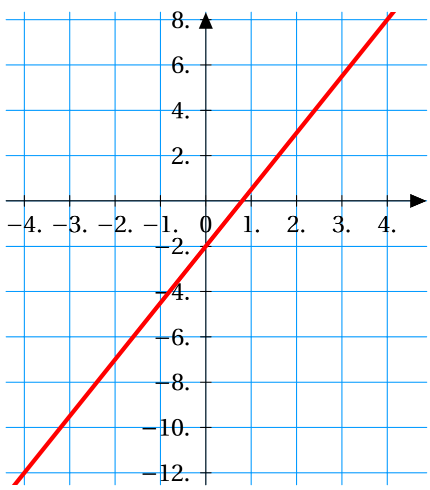


Pour noël, Nadia et sa soeur achètent des chocolats à leurs parents dans un même magasin.

Nadia commande une boîte de 12 chocolats au lait et 15 chocolats noirs pour sa maman. Elle paye 32,70 euros.

Sa soeur commande une boîte de 18 chocolats au lait et 12 chocolats noirs pour son papa. Elle paye 35,40 euros.

Exercice 7 :



On donne ci-contre la représentation graphique d'une fonction f.

1) À quelle famille de fonctions appartient-elle ? *(Justifier)*
2) On a retrouvé une partie de son expression algébrique :

$$f(x) = \quad x \quad$$

Retrouver les nombres sous les tâches d'encre.

Exercice 8 :

f est une fonction affine dont la courbe représentative passe par les points :

- $A(5;10)$
- $B(20;55)$

1) Quelle est l'expression algébrique de la fonction f ?
2) Dresser le tableau de variation puis le tableau de signes de la fonction f.

Exercice 9 :

Dans un repère orthonormé on considère les deux points suivants :

- $A(2;-1)$
- $B(-1;8)$

1) Les points A, B et $C(20;-56)$ sont-ils alignés ?
2) Quelles sont les coordonnées du point d'intersection des droites (AB) et $d_2 : y = 2x - 6$?

Exercice 10 :

On considère les deux programmes de calculs ci-dessous :

Programme A

- Choisir un nombre.
- Multiplier par 3.
- Retrancher 10.

Programme B

- Choisir un nombre.
- Multiplier par -2.
- Ajouter 5.

Partie 1

1) Quel est le résultat du programme A si le nombre choisi est 8 ?
2) Quel est le résultat du programme B si le nombre choisi est 8 ?
3) Quel nombre faut-il choisir au départ de ces deux programmes pour obtenir le même résultat ?
4) Représenter graphiquement tous les résultats de ces deux programmes pour des nombres compris dans l'intervalle $[-10;10]$.
5) Étudier les fonctions associées à ces deux programmes. *(Familles, variations, signes...)*

Partie 2

Pour un même nombre au départ, on multiplie les résultats des deux programmes.

1) Quel est le résultat de ce produit si le nombre de départ est 5 ?
2) Quel nombre faut-il choisir au départ pour obtenir 0 ?
3) Représenter graphiquement tous les résultats de ce produit pour des nombres compris dans l'intervalle $[-10;10]$.
4) Étudier la fonction associée à ce produit. *(Famille, variation, signe...)*
5) Écrire un seul programme permettant de retrouver les mêmes résultats.

Exercice 11 :

On donne les deux fonctions suivantes : • $f(x) = 2x - 7$ • $g(x) = 7 - 6x$

1) Dresser le tableau de signes des fonctions f et g.
2) Dresser le tableau de variation des fonctions f et g.
3) Dresser le tableau de signes de la fonction $f \times g$.
4) Dresser le tableau de variation de la fonction $f \times g$.

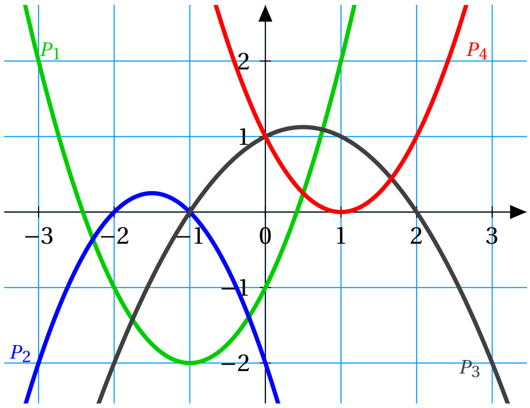
Exercice 12 :

On considère les quatre paraboles P_1, P_2, P_3 et P_4 et les quatre équations suivantes :

- $E_1 : y = x^2 + 2x - 1$
- $E_2 : y = -x^2 - 3x - 2$
- $E_3 : y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1$
- $E_4 : y = x^2 - 2x + 1$

Dire à quelle courbe correspond chacune de ces équations.

Justifier.



Exercice 13 :

Dans chacun des exemples ci-dessous, dire les deux fonctions sont identiques puis donner :

- leur domaine de définition
- leur tableau de signes
- leur tableau de variation.

1) $f(x) = x^2 - 2x - 3$ et $g(x) = (x - 3)(x + 1)$.
2) $f(x) = (x - 1)^2 - 4$ et $g(x) = (x - 3)(x + 1)$.

Exercice 14 :

On donne les fonctions $f(x) = 9x^2 - 42x + 49$ et $g(x) = 5(x + 7)^2 + 3$.

En deux secondes, Pierre affirme que ces deux fonctions sont toujours positives. Qu'en pensez-vous ?