

Parcours 3 : Simuler des jeux de hasard

Étude 1 : Problème de Monty Hall

Sur le plateau d'un jeu télévisé, il y a trois portes dont une cache une voiture et les deux autres une chèvre. Il s'agit de choisir une des portes pour gagner ce qu'il y a derrière.

Le jeu se déroule en 3 étapes :

- ☞ le joueur choisit une porte mais ne l'ouvre pas ;
- ☞ l'animateur, qui sait où se trouve la voiture, ouvre une autre porte que celle choisie et qui cache une chèvre ;
- ☞ l'animateur propose au joueur de changer ou de garder son choix initial.

Doit-on changer de porte pour avoir plus de chances de remporter la voiture ?

Étude 2 : Mini Loto

Une entreprise certifiée propose le jeu suivant :

Une urne contient dix boules numérotées de 0 à 9.

Le joueur doit choisir une combinaison de trois chiffres puis on tire au hasard successivement et sans remise trois boules.

Si le joueur trouve la bonne combinaison, il reçoit un cadeau d'une valeur de 1 000 euros.

Quel doit être le prix d'une partie pour que l'entreprise puisse espérer sérieusement faire des bénéfices ?

Étude 3 : Le lièvre et la tortue

Une partie du jeu du lièvre et de la tortue se déroule de la façon suivante :

La distance à parcourir est de 6 cases.

- ☞ On lance un dé.
- ☞ Si on obtient 6, le lièvre avance de 6 cases.
- ☞ Sinon, la tortue avance d'une case.

- 1) À priori, qui a le plus de chances de gagner ?
- 2) Faire une simulation à l'aide d'un tableur ou d'un algorithme.
Donner une valeur approchée de la probabilité que le lièvre gagne.
- 3) À l'aide d'un arbre, calculer la probabilité que la tortue gagne.
En déduire la probabilité que le lièvre gagne.

Exercice 1

Dans une classe de 13 filles et 16 garçons, on désigne au hasard une fille et un garçon.

Combien y a-t-il de couples possibles ?

Étude 4 : Full !

Le jeu de yams se joue avec 5 dés. On essaye de faire des combinaisons diverses et on a le droit de relancer deux fois tout ou une partie des dés.

Corinne a obtenu au 1^{er} lancer trois 4, un 2 et un 5. Elle voudrait faire un full (3 dés d'une valeur et 2 dés d'une autre). Elle hésite entre garder les trois 4 et le 5 et relancer le dé indiquant 2 ou garder les trois 4 et relancer les deux autres dés. Aide-la à résoudre ce dilemme.



Exercice 2

On choisit au hasard un des 7 nains. Quelle est la probabilité que ce soit Joyeux ou Atchoum ?

Exercice 3

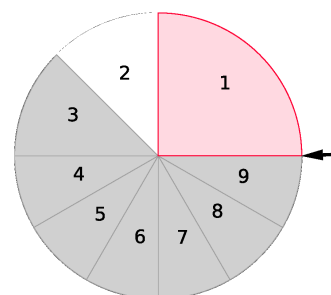


Sur lequel de ces dés a-t-on le plus de chances d'obtenir un nombre premier ?

Exercice 4

On fait tourner la roue ci-contre.

- 1) On regarde le chiffre indiqué par la flèche.
Définir une loi de probabilité sur cette expérience.
- 2) On regarde la couleur indiquée par la flèche.
Définir une loi de probabilité sur cette expérience.



Exercice 5

Voici le cycle d'allumage d'un feu tricolore :

🕒 45s pour le feu vert ; 🕒 5s pour le feu orange ; 🕒 20s pour le feu rouge.

En admettant qu'un automobiliste arrive par hasard devant un feu tricolore fonctionnel, déterminer la loi de probabilité associée à cette expérience.

Exercice 6

On lance un dé pipé.

Le tableau ci-contre regroupe les probabilités.

F	1	2	3	4	5	6
$p(F)$	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	?

- 1) Calculer $p(6)$.
- 2) Calculer les probabilités des événements suivants :
 - a) « La face obtenue est paire » ;
 - b) « la face obtenue est supérieur ou égale à 5 ».

Exercice 7

Deux dés tétraédriques ont des faces numérotées de 1 à 4. On les lance et on regarde la somme obtenue.

- 1) Quel est l'univers de cette expérience aléatoire ?
- 2) Est-ce une situation d'équiprobabilité ?
- 3) Déterminer la probabilité de chaque résultat.
- 4) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ?
- 5) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre multiple de trois ?



Exercice 8

On tire au hasard une pièce d'un échiquier. Soit C l'événement : « la pièce est une tour ou elle est blanche ».

Exprimer \overline{C} par une phrase.

Exercice 9

On tire une carte d'un jeu de 32 cartes. On appelle :

☞ C : l'événement « la carte tirée est un cœur » ☞ F : l'événement « la carte tirée est une figure »

- 1) Décrire par une phrase l'événement $C \cap F$. Combien compte-t-il d'issues ?
- 2) Décrire par une phrase l'événement $C \cup F$. Combien compte-t-il d'issues ?
- 3) Décrire par une phrase l'événement $\overline{C} \cap F$. Combien compte-t-il d'issues ?
- 4) Décrire par une phrase l'événement $\overline{C \cup F}$. Combien compte-t-il d'issues ?

Exercice 10

Deux épidémies sévissent en même temps dans un lycée, la gastro-entérite et un rhume. On choisit un élève au hasard et on nomme :

☞ G : l'événement « l'élève a la gastro-entérite » ☞ R : l'événement « l'élève a un rhume »

Décrire à l'aide de ces deux événements :

- 1) « l'élève a la gastro-entérite et le rhume »
- 2) « l'élève a le rhume mais pas la gastro-entérite »
- 3) « l'élève a au moins une des deux maladies »
- 4) « l'élève n'a aucune des deux maladies »

Exercice 11

Une urne contient 4 jetons : ● deux jaunes ; ● un rose ; ● un violet.

On tire au hasard un jeton de l'urne puis un second sans remettre le premier.

- 1) Représenter cette situation par un arbre.
- 2) Combien y-a-t-il de tirages possibles ?

3) On considère les événements :

— R : « Le 1^{er} jeton tiré est rose » ;

— J : « Le 2^e jeton tiré est jaune ».

(a) Déterminer $p(R)$ et $p(J)$.

(b) Traduire par une phrase $R \cap J$.

Calculer $p(R \cap J)$.

(c) Calculer $p(R \cup J)$.

4) On considère l'événement :

— N : « Aucun jeton tiré n'est jaune ».

(a) Calculer $p(N)$.

(b) Exprimer \bar{N} par une phrase.

(c) Calculer $p(\bar{N})$.

Exercice 12

On considère deux événements A et B tels que : • $p(A) = 0,6$ • $p(B) = 0,5$ • $p(A \cap B) = 0,3$

Calculer : $p(A \cup B)$ puis $p(\overline{A \cup B})$

Exercice 13

On considère deux événements A et B tels que : • $p(A) = 0,7$ • $p(B) = 0,5$ • $p(A \cup B) = 0,9$

Calculer : $p(A \cap B)$ puis $p(\overline{A \cap B})$

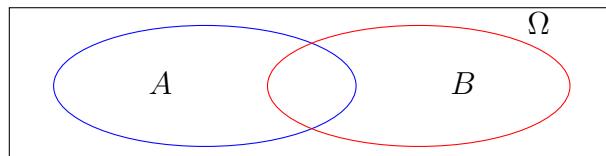
Exercice 14

Construire un diagramme de Venn (sur le modèle ci-dessous) pour chacun des événements suivants.

1) $A \cap \bar{B}$

2) $A \cup \bar{B}$

3) $\overline{A \cap B}$



Exercice 15

A et B sont deux événements tels que : • $p(A) = 0,8$ • $p(B) = 0,53$

1) A et B sont-ils incompatibles ?

2) Sachant que $p(A \cup B) = 0,95$, calculer : a) $p(A \cap B)$ b) $p(A \cap \bar{B})$

Exercice 16

On lance 3 fois une pièce bien équilibrée.

1) Représenter la situation par un arbre.

2) Quelle est la probabilité :

a) d'avoir 3 faces ? b) que le 2^e jet soit face ? c) que le 3^e jet soit différent du 1^{er} ?

Exercice 17

Une entreprise fabrique des ordinateurs portables. Ils peuvent présenter deux défauts :

- un défaut de clavier ;
- un défaut d'écran.

Sur un grand nombre d'ordinateurs, une étude statistique montre que :

- 2% ont un défaut d'écran ;
- 2,4% ont un défaut de clavier ;
- 1,5% ont les deux défauts.

1) On choisit au hasard un ordinateur et on considère les événements suivants.

☞ E : « L'ordinateur présente un défaut d'écran » ;

☞ C : « L'ordinateur présente un défaut de clavier ».

Détermine $p(E)$, $p(C)$ et $p(E \cap C)$.

2) On considère les événements suivants :

☞ « L'ordinateur présente au moins un défaut » ;

☞ « L'ordinateur ne présente que le défaut de d'écran ».

a) Traduire ces 2 événements à l'aide de E et C . b) Calcule leur probabilité.

Exercice 18

On choisit au hasard un doigt d'une des deux mains. On considère les événements suivants.

☞ I : « le doigt est un index » ;

☞ G : « le doigt est sur la main gauche ».

Calculer les probabilités des événements suivants :

1) G

3) $I \cup G$

5) $\overline{I \cup G}$

7) $\overline{I} \cap \overline{G}$

2) \overline{I}

4) $I \cap G$

6) $\overline{I \cap G}$

8) $\overline{I} \cup \overline{G}$

Étude 5 : Jeu de rôle

Dans un célèbre jeu de plateau, les combats se jouent aux dés. Le joueur fait un choix (*fuite, attaque ou défense*) puis lance trois dés. Chaque dé possède 6 faces, une rouge, deux bleues et trois jaunes.

1) Pour vaincre le Troll des cavernes en un coup, il faut faire trois rouges.

Quelle est la probabilité de vaincre ce boss en un coup ?

2) Pour fuir un combat, il faut faire au moins un jaune.

Quelle est la probabilité de réussir sa fuite ?

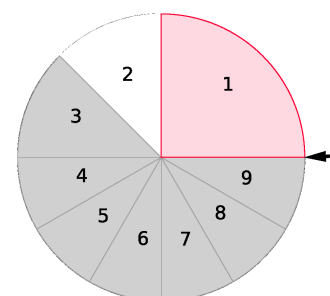


3) Pour esquiver une attaque, il faut au moins deux faces bleues.

Quelle est la probabilité d'esquiver une attaque ?

Exercice 19

Un jeu consiste à faire tourner la roue ci-contre puis, si le joueur obtient un nombre pair, il obtient au hasard une des trois peluches.



Quelle est la probabilité d'obtenir mon Tux Batman ?