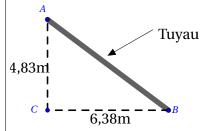
Corrections des exercices : Statistiques

Étude 2: Le chemin le plus court

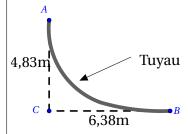
Une classe de troisième s'est posée une question : « Le chemin le plus court est-il le plus rapide? » Pour répondre à leur question, ils ont monté l'expérience suivante :

Faire glisser une bille dans un tuyau d'un point A à un point B comme le montre le schéma suivant et chronométrer le temps mis par la bille pour aller du point B:



Voici les mesures relevées à l'aide d'un chronomètre :

Afin de comparer deux chemins différents, ils ont utilisé un autre tuyau plus long d'un mètre comme le montre le schéma suivant :



Voici les mesures relevées :

1,78s; 2s; 2,25s; 2,59s; 1,84s; 2s; 2,25s; 2,66s; 1,84s; 2s; 2,32s; 2,68s; 1,87s; 2,03s; 2,34s; 2,69s; 1,91s; 2,09s; 2,35s; 3,78s; 1,93s; 2,19s; 2,35s; 2,94s; 1,97s; 2,22s; 2,44s; 0,97s; 2,22s; 2,44s

Comment étudier et comparer ces deux séries statistiques?

On peut commencer par calculer les moyennes. Pour cela, on additionne toutes les valeurs puis on divise par le nombre de valeurs :

Pour la première série on a :
$$\frac{0,53+2,50+...+1,31}{23} \approx 2,48$$
Pour la deuxième série on a :
$$\frac{1,78+2,25+...+1,44}{30} \approx 2,23$$

Ensuite, on observe qu'il y a des valeurs étranges (très petites ou très grandes). Il s'agit d'erreurs dans la prise de mesure. C'est pour cela que les quartiles et la médiane deviennent intéressants ici car on va chercher à faire ressortir les valeurs centrales.

Pour cela, il faut ranger les valeurs dans l'ordre croissant!

Pour la première série :

- Il y a 23 valeurs. Cela fait deux paquets de 11 valeurs (les 11 plus petites et les 11 plus grandes). Il en reste une au milieu, la 12^{ème} valeur.
 C'est notre **médiane**: 2,47.
- $23 \div 4 = 5,75$ Le premier quartile est la 6^{ème} valeur : $Q_1 = 2,19$.
- $23 \times 3 \div 4 = 17,25$ Le troisième quartile est la $18^{\text{ème}}$ valeur : $Q_3 = 2,59$.

Pour la deuxième série :

- Il y a 30 valeurs. Cela fait deux paquets de 15 valeurs (les 15 plus petites et les 15 plus grandes). La médiane est donc entre la 15 ème et la 16 ème valeur soit 2,22.
- $30 \div 4 = 7.5$ Le premier quartile est la $8^{\text{ème}}$ valeur : $Q_1 = 1.97$.
- $30 \times 3 \div 4 = 22,5$ Le troisième quartile est la $23^{\text{ème}}$ valeur : $Q_3 = 2,44$.

Tous les indicateurs montrent que le deuxième chemin est plus rapide.

С 0,53 0,97 1,78 1,23 1,31 1,84 2,09 1,84 2,15 1.87 2,19 2,2 1,91 1,93 2,34 1,97 2,37 10 2,38 11 2,41 2,03 2,47 13 2,09 2,5 14 2,5 2,19 2,5 2,22 16 2,5 2,22 17 2,54 2,25 18 2,25 2,69 19 2,32 20 3,56 2,34 21 3,66 2,35 22 3,72 2,35 23 4,6 2,44 24 2,44 25 2,59 26 2,66 27 2,68 28 2,69 29 2,94 30 3,78

=========Correction 1=============

Monsieur Chasles, professeur de Mathématiques, s'est rendu compte qu'une grande majorité de ses élèves de 2^e ne connait pas les identités remarquables.

Il a décidé de leur faire une interrogation de 5 *min* tous les jours pour les encourager à les apprendre. Il arrêtera quand la médiane des notes, sur 5, sera strictement supérieure à 4.

Voici les notes d'aujourd'hui:

- 1. Y aura-t-il une interrogation demain? Justifiez.
- 2. Quelle est la moyenne des notes?
- 3. Que pensez-vous des quartiles?
 - 1. Pour calculer une médiane, il faut que les valeurs soient rangées dans l'ordre croissant :

Il y a 33 valeurs. $33 \div 2 = 16,5$ donc la médiane est la $17^{\text{ème}}$ valeur soit 4.

Donc au moins la moitié des élèves ont 4/5 ou moins.

Il y a aura donc une interrogation demain.

En espérant une médiane de 5, M.Chasles souhaite qu'au moins la moitié de ces élèves aient 5/5.

2.
$$\frac{0+0+1+1+...+5}{33} \approx 3,42$$
. La moyenne est d'environ 3,42.

• $33 \div 4 = 8,25$ Le premier quartile est la $9^{\text{ème}}$ valeur : $Q_1 = 2$.

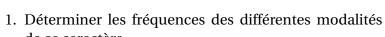
Au moins un quart des élèves ont 2 ou moins.

• $33 \times 3 \div 4 = 24,75$ Le troisième quartile est la $25^{\text{ème}}$ valeur : $Q_3 = 5$.

Au moins 3 quarts des élèves ont 5 ou moins.

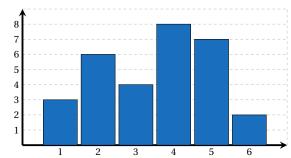
=========Correction 2=======

Une enquête réalisée auprès d'un groupe d'élèves pour connaître le nombre d'enfants présents dans leur foyer est représentée par le graphique ci-contre.





- 3. Calculer la moyenne, la médiane et les quartiles.



1. Commençons par lire ce graphique:

- Il y a 3 élèves dont le foyer ne comporte qu'un seul enfant
- Il y a 6 élèves dont le foyer comporte 2 enfants

Pour calculer les fréquences, il nous faut le total d'élèves interrogés : 3+6+4+8+7+2=30Ensuite:

• Un seul enfant :
$$\frac{3}{30} = 0, 1 = 10\%$$

• 2 enfants:
$$\frac{6}{30} = 0.2 = 20\%$$

• 3 enfants:
$$\frac{4}{30} \approx 0,13 = 13\%$$

• 4 enfants:
$$\frac{8}{30} \approx 0.27 = 27\%$$

• 5 enfants:
$$\frac{7}{30} \approx 0.23 = 23\%$$

• 2 enfants :
$$\frac{6}{30} = 0, 2 = 20\%$$

• 3 enfants : $\frac{4}{30} \approx 0, 13 = 13\%$
• 4 enfants : $\frac{8}{30} \approx 0, 27 = 27\%$
• 5 enfants : $\frac{7}{30} \approx 0, 23 = 23\%$
• 6 enfants : $\frac{2}{30} \approx 0, 07 = 7\%$

2. Pour calculer les angles de chaque portion du disque, on peut utiliser un tableau de proportionnalité :

3	?
30	360

? =
$$\frac{3 \times 360}{30}$$
 = 36. Ce qui revient à faire : 0, 1 × 360 = 36.

A	В	C	D	E	F	G	
1	Effectifs	Fréquences	Angles				
1 enfant	3	0,10	36				
2 enfants	6	0,20	72				
3 enfants	4	0,13	48				
4 enfants	8	0,27	96		T T		
5 enfants	7	0,23	84				
6 enfants	2	0,07	24				
Total	30	1	360	\ 			
)							
n							

3. On pourrait étaler toutes les valeurs de la série pour savoir où se situent la médiane et les quartiles :

Mais ce n'est pas le plus rapide (surtout si la série contient énormément de valeurs). On va **cumuler** les effectifs. C'est à dire additionner au fur et à mesure les effectifs :

Effectifs cumulés:

• Un seul enfant: 3

2 enfants ou moins: 3+6=9
3 enfants ou moins: 9+4=13
4 enfants ou moins: 13+8=21
5 enfants ou moins: 21+7=28
6 enfants ou moins: 28+2=30

Ainsi, on peut rapidement identifier où se situent la médiane et les quartiles :

• $30 \div 2 = 15$

La médiane est entre la 15^{ème} valeur et la 16^{ème}. Dans les effectifs cumulés, on voit que ces deux valeurs sont des 4. La médiane est 4.

- $30 \div 4 = 7.5$ Le premier quartile est la 8^{ème} valeur : $Q_1 = 2$.
- $30 \times 3 \div 4 = 22,5$ Le troisième quartile est la $23^{\text{ème}}$ valeur : $Q_3 = 5$.

Le directeur d'une entreprise a fixé comme objectif à ses vendeurs de réaliser sur l'année un chiffre d'affaires mensuel moyen de 28500 €. Un vendeur a obtenu les résultats suivants sur les onze premiers mois :

Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin
32 000	27 200	26 400	28 500	29300	32 100
					1
Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	

Quel chiffre d'affaires doit-il réaliser en décembre pour atteindre l'objectif fixé?

On souhaite 28500€en moyenne sur un an. L'idée la plus simple serait de calculer ce que cela représente au total sur 12 mois :

$$28500 \times 12 = 342000$$

Cela signifie que pour obtenir une moyenne de 28500€ sur un an, chaque vendeur doit obtenir un chiffre d'affaire de 342000 sur les 12 mois.

Le vendeur cité ici a déjà obtenu sur 11 mois :

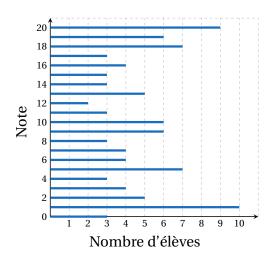
32000 + 27200 + 26400 + 28500 + 29300 + 32100 + 31000 + 24700 + 26100 + 28600 + 22100 = 308000

Il lui reste à obtenir 342000 − 308000 = 34000 soit 34000€ au mois de décembre.

===========Correction 4==============

Voici les notes au dernier contrôle commun de trois classes de seconde du Lycée de Mathyville.

Déterminer les premier et troisième quartiles ainsi qu'une médiane afin de partager les trois classes en quatre groupes d'aide personnalisée.



Commençons par lire ce graphique:

- Il y a 3 élèves qui ont eu 0.
- Il y a 10 élèves qui ont eu 1.
- Il y a 5 élèves qui ont eu 2.
- ...

Ensuite, il nous faut le nombre total d'élèves :

$$3+10+5+4+3+7+4+4+3+6+6+3+2+5+3+3+4+3+7+6+9=100$$

• $100 \div 2 = 50$. La médiane est entre la $50^{\text{ème}}$ note et la $51^{\text{ème}}$...

Il nous faut additionner au fur et à mesure les effectifs pour voir où se situent ces deux notes : 3+10+5+4+3+7+4+4+3+6=49 et 3+10+5+4+3+7+4+4+3+6+6=55

La 50^{ème} note et la 51^{ème} sont des 10 donc la médiane est 10.

- $100 \div 4 = 25$ Le premier quartile est la $25^{\text{ème}}$ note : 3 + 10 + 5 + 4 + 3 = 25. $Q_1 = 4$.
- $100 \times 3 \div 4 = 75$ Le troisième quartile est la $75^{\text{ème}}$ note :

3+10+5+4+3+7+4+4+3+6+6+3+2+5+3+3+4=75 $Q_3=16$.

=========Correction 5===========

On considère une série de notes obtenues par des élèves lors d'un devoir. Pour cette série, on donne :

1 ^{er} quartile	Médiane	3 ^{eme} quartile
7	9	15

Pour chaque affirmation, préciser si elle est vraie ou fausse :

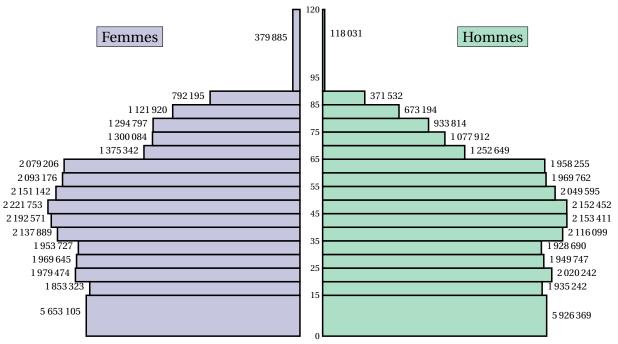
1. $\frac{1}{3}$ des élèves de la classe ont une note inférieure ou égale à 7.

Faux : Au moins $\frac{1}{4}$ des élèves de la classe ont une note inférieure ou égale à 7

- 2. Au moins 25% des élèves de la classe ont une note inférieure ou égale à 7. Vrai
- 3. Environ $\frac{1}{4}$ de la classe ont eu une note comprise entre 7 et 9. Peut-être vrai, en tout cas c'est l'idée.
- 4. Moins d'un élève sur quatre a eu plus de 15. Vrai si l'on précise bien « strictement » plus de 15.

Étude 3: Pyramide des âges en 2011

Toutes les données ont été extraites du site de l'INSEE, dans le thème « Évolution de la population ».



- 1. Calculer la moyenne d'âge des hommes et celle des femmes.
- 2. Où se situent la médiane ainsi que les quartiles pour les deux séries.
- 3. À l'aide des indicateurs qui vous semblent pertinents, commenter la pyramide des âges.

Ici nous avons deux séries statistiques rangées par classes :

- De 0 à 15 ans : 5653 105 femmes et 5926 369 hommes.
- De 15 à 20 ans : 1853323 femmes et 1935242 hommes.

• ...

- 1. Pour calculer la moyenne d'âge il faut prendre la valeur située au milieu de chaque intervalle. Ainsi, nous simplifions l'âge des femmes par :
 - 5653105 femmes ont 7,5 ans
 - 1853323 femmes ont 17,5 ans

• ...

Le nombre total de femmes étant : 5653105 + 1853323 + ... + 379885 = 32549234

Moyenne:
$$m = \frac{5653105 \times 7,5 + 1853323 \times 17,5 + \dots + 379885 \times 105}{32549234} \approx 42,04$$

La moyenne d'âge des femmes en 2011 était de 42 ans environ.

Pour les hommes, on trouve une moyenne de 38,97 ans.

2. Pour la médiane, il faut connaître l'âge de la femme au milieu qui sépare les femmes en deux groupes de même effectif (les plus jeunes et les plus âgées) :

 $32549234 \div 2 = 16274617$. Le nombre de femmes étant pair, il n'y a pas de femme au milieu et l'âge médian se trouve entre la $16274617^{\text{ème}}$ femme la plus jeune et la $16274618^{\text{ème}}$.

Il faut ensuite cumuler les âges: 5653105 + 1853323 + ... jusqu'à trouver où se situent ces deux valeurs.

On peut utiliser les fréquences cumulées pour s'y retrouver comme expliqué dans la vidéo :

Ages	Milieu	Femmes	Fréquences	Fréquences cumulées
0 – 15	7,5	5653105	0,17	0,17
15 – 20	17,5	1853323	0,06	0,23
20 – 25	22,5	1979474	0,06	0,29
25 – 30	27,5	1969645	0,06	0,35
30 – 35	32,5	1953727	0,06	0,41
35 – 40	37,5	2137889	0,07	0,48
40 – 45	42,5	2192571	0,07	0,55
45 – 50	47,5	2221753	0,07	0,61
50 – 55	52,5	2151142	0,07	0,68
55 – 60	57,5	2093176	0,06	0,74
60 – 65	62,5	2079206	0,06	0,81
65 – 70	67,5	1375342	0,04	0,85
70 – 75	72,5	1300084	0,04	0,89
75 – 80	77,5	1294797	0,04	0,93
80 – 85	82,5	1121920	0,03	0,96
85 – 90	87,5	792195	0,02	0,99
90 – 120	105	379885	0,01	1,00
	Total	32549234	1	

La médiane est donc entre 40 et 45 ans. Q_1 entre 20 et 25 ans et Q_3 entre 60 et 65 ans.

Pour les hommes:

On trouve une médiane entre 35 et 40 ans. Q_1 entre 15 et 20 ans et Q_3 entre 55 et 60 ans.

- 3. Tous les indicateurs révèlent une population plus jeune chez les hommes :
 - Plus d'un quart des hommes ont moins de 20 ans.
 - Plus de la moitié des hommes ont moins de 40 ans.

Étude 4 Partie 1 : Buts à la Coupe du monde 2014

Le tableau suivant récapitule le nombre de buts par match lors de la Coupe du monde de football 2014.

Nombre de buts	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de matchs	7	12	8	20	9	4	2	1	1

- 1. Indiquer le nombre de matchs durant lesquels 4 buts exactement ont été marqués.
- 2. Combien y a-t-il eu de matchs pendant cette Coupe du monde?
- 3. Combien de buts ont été marqués lors de cette Coupe du monde?
- 4. Calculer la médiane et les quartiles de la série statistique constituée du nombre de buts par match.
 - 1. Il y a eu 9 matchs durant lesquels 4 but ont été marqués.
 - 2. 7+12+8+20+9+4+2+1+1=64. 64 matches en tout.
 - 3. $0 \times 7 + 1 \times 12 + 2 \times 8 + 3 \times 20 + 4 \times 9 + 5 \times 4 + 6 \times 2 + 7 \times 1 + 8 \times 1 = 171$. 171 buts au total.
 - 4. Il y a 64 matchs. $64 \div 2 = 32$. On sépare les 32 matchs où il y a eu moins de buts avec les 32 matchs où il y a eu plus de buts. Il nous faut donc le $32^{\text{ème}}$ match et le $33^{\text{ème}}$ (classés par nombre de buts) :

7 + 12 + 8 = 27 Il y a eu 27 matchs avec 2 buts ou moins.

7 + 12 + 8 + 20 = 47 Il y a eu 47 matchs avec 2 buts ou moins.

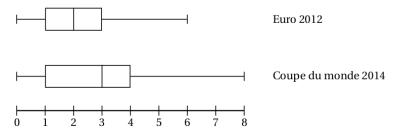
Le 32^{ème} match et le 33^{ème} se situent donc dans les matchs à 3 buts.

La médiane est 3.

- $64 \div 4 = 16$. Le $16^{\text{ème}}$ match est un match à 1 but. $Q_1 = 1$.
- $64 \times 3 \div 4 = 48$. Le $48^{\text{ème}}$ match est un match à 4 but. $Q_3 = 4$.

Étude 4 Partie 2 : Buts à l'Euro 2012

On donne, sur le même graphique, le diagramme en boîte correspondant à la série du nombre de buts marqués par match lors de l'Euro 2012.



- 1. Lire le minimum, le maximum, la médiane et les premier et troisième quartiles de la série du nombre de buts marqués par match lors de l'Euro 2012 sur le diagramme en boîte correspondant.
- 2. L'Euro 2012 a-t-il été plutôt plus ou moins offensif que la Coupe du monde 2014? Argumenter.

Voir la vidéo.

1. On retrouve les résultats de la partie 1 pour la Coupe du monde 2014 :

$$min=0$$
 $Q_1=1$ $Mediane=3$ $Q_3=4$ $max=8$. De même, on lit ces indicateurs pour l'Euro 2012 : $min=0$ $Q_1=1$ $Mediane=2$ $Q_3=3$ $max=6$.

- 2. L'Euro 2012 a donc été moins offensif que la Coupe du monde 2014 :
 - Dans environ la moitié des matchs de la Coupe du monde 2014 il y a eu au moins 3 buts (Médiane). Ce qui n'est pas le cas pour l'Euro.
 - Dans environ un quart des matchs de la Coupe du monde 2014 il y a eu au moins 4 buts (Q_3). Ce qui n'est pas le cas pour l'Euro.

========Correction 6==========

Dans un supermarché, à la caisse « moins de 10 articles », on relève le nombre d'articles de 65 clients pris au hasard dans la journée.

Nombre d'articles	2	3	4	5	6	7	8	10
Nombre de clients	3	5	10	15	22	8	1	1

- 1. Déterminer les quartiles Q_1 et Q_3 et la médiane de cette série.
- 2. Tracer le diagramme en boîte de cette série statistique.

1. L'idée la plus simple est d'ajouter une ligne d'**effectifs cumulés** :

Nombre d'articles	2	3	4	5	6	7	8	10
Nombre de clients	3	5	10	15	22	8	1	1
Effectifs cumulés	3	8	18	33	55	63	64	65

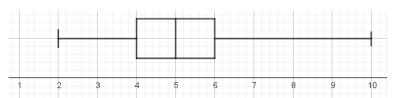
On peut alors lire ceci:

- Il y a eu 65 client au total.
- 33 clients ont acheté 5 articles ou moins....

Ainsi,

- 65 ÷ 2 = 32,5. La médiane est la 33^{ème} valeur (pour faire deux groupes de 32 valeurs et une au milieu). C'est un 5.
 La médiane est 5.
- $65 \div 4 = 16,25$. Q_1 est la $17^{\text{ème}}$ valeur : $Q_1 = 4$.
- $65 \times 3 \div 4 = 48,75$. Q_3 est la $49^{\text{ème}}$ valeur : $Q_3 = 6$.

2. Le diagramme en boîte:

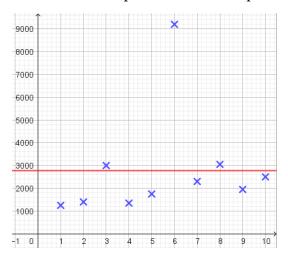


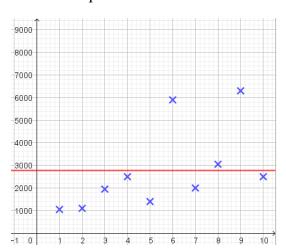
Étude 5 : Dispersion des salaires

Voici les salaires de personnes travaillant dans deux entreprises différentes :

Entreprise A (en €)	1250	1400	3000	1350	1750	9200	2300	3050	1950	2500
Entreprise B (en €)	1050	1100	1950	2500	1400	5900	2000	3050	6300	2500

- 1. Comparer les salaires dans ces deux entreprises (moyenne, médiane, quartiles).
- 2. Ci-dessous, on a placé dans deux repères les 10 valeurs de chaque série :





Dans quelle entreprise les salaires semblent-ils plus homogènes?

3. Inventer un indicateur qui permette de mesurer l'écart entre les salaires et la moyenne des salaires.

======Voir les vidéos pour la correction======

Il faut créer et remplir un tableau comme ceci (Vidéos sur le wiki) :

	А	В	С	D
1	Valeurs :	Écarts :	Carrés des écarts :	
2	1250	-1525	2325625	
3	1400	-1375	1890625	Moyenne = 2775
4	3000	225	50625	
5	1350	-1425	2030625	
6	1750	-1025	1050625	Médiane = 2125
7	9200	6425	41280625	
8	2300	-475	225625	Q1 = 1400
9	3050	275	75625	
10	1950	-825	680625	Q3 = 3000
11	2500	-275	75625	
12	Total :	0	49686250	
13		Variance :	4968625	
14		Écart-type :	2229,04127373183	

Entreprise A

Pour calculer la médiane et les quartiles il faut remettre les valeurs dans l'ordre croissant!

=======Correction 7==========

Au cours des championnats du monde de basket féminin 2014, lors des matchs qu'elle a joués :

- la joueuse serbe Ana Dabovic a inscrit 12, 24, 6, 21, 2, 11 et 19 points;
- la joueuse américaine Maya Moore a inscrit 15, 17, 16, 10, 16 et 18 points.
- 1. Calculer le nombre de points marqués lors de ces championnats par chacune des joueuses.
- 2. Calculer moyenne et écart-type du nombre de points marqués pour chacune (arrondir à 10^{-2} près).
- 3. D'après la question précédente, quelle joueuse a été la plus efficace? la plus régulière?
 - 1. Ana: 12+24+6+21+2+11+19 = 95 Maya: 15+17+16+10+16+18 = 92 Attention! Ana et Maya n'ont pas joué le même nombre de match!
 - 2. $95 \div 7 \approx 13,57$. Ana a une moyenne de 13,57 points par match environ. $92 \div 6 \approx 15,33$. Maya a une moyenne de 15,33 points par match environ.

Pour les écarts-types, on remplit les tableaux suivants en calculant dans la deuxième colonne les écarts à la moyenne de chaque joueuse.

(Ici, pas besoin de colonne pour les effectifs car chaque valeur est comptée une seule fois.)

Ana:							
Valeurs	Écarts	Carrés de écarts					
12	-1,57	2,4649					
24	10,43	108,7849					
6	-7,57	57,3049					
21	7,43	55,2049					
2	-11,57	133,8649					
11	-2,57	6,6049					
19	5,43	29,4849					
Somme:		393,7143					

Variance : $V = 393,7143 \div 7 = 56,2449$ **Variance :** $V = 39,3334 \div 6 \approx 6,5556$

Écart-type: $\sigma = \sqrt{56,2449} \approx 7,50$ **Écart-type**: $\sigma = \sqrt{6,5556} \approx 2,56$

3. La joueuse la plus efficace semble donc être Maya car elle a une meilleure moyenne et c'est aussi la plus régulière car l'écart-type des points marqués par match est plus petit.

Maya:

Valeurs	Écarts	Carrés de écarts
15	-0,33	0,1089
17	1,67	2,7889
16	0,67	0,4489
10	5,33	28,4089
16	0,67	0,4489
18	2,67	7,1289
Somme:		39,3334

========Correction 8==========

La pesée automatique d'un lot de 20 barquettes d'un produit alimentaire a donné les résultats suivants : 300;311;315;308;311;317;308;309;311;312;309;318;307;308;303;310;314;313;310;319. Un lot est accepté si les trois conditions sont remplies :

- le poids moyen *m* d'une barquette est de 310g à 1g près,
- l'écart-type s des poids est inférieur à 5g,
- 80% au moins des poids sont dans l'intervalle [m-s; m+s].

Ce lot va-t-il être accepté?

Par ces conditions on cherche à déterminer si un lot est relativement conforme pour être vendu ou livré. Il y a toujours des défauts mais il n'en faut pas « trop » et qu'ils ne soient pas trop importants.

• On a une série de 20 valeurs.

Moyenne:
$$m = \frac{300 + 311 + 315 + ... + 319}{20} = 310,65$$

La moyenne est de 310,65g donc la première condition est remplie.

• On utilise le tableau pour calculer l'écart-type :

Valeurs	Écarts	Carrés des écarts		
300	-10,65	113,4225		
311	0,35	0,1225		
315	4,35	18,9225		
308	-2,65	7,0225		
311	0,35	0,1225		
317	6,35	40,3225		
308	-2,65	7,0225		
309	-1,65	2,7225		
311	0,35	0,1225		
312	1,35	1,822		
309	-1,645	2,7225		
318	7,35	54,0225		
307	-3,65	13,3225		
308	-2,65	7,0225		
303	-7,65	58,5225		
310	-0,65	0,4225		
314	3,35	11,2225		
313	2,35	5,5225		
310	-0,65	0,4225		
319	8,35	69,7225		
Somme:		414,55		

Variance : $V = 414,55 \div 20 = 20,7275$

Écart-type: $s = \sqrt{20,7275} \approx 4,55 < 5$

La deuxième condition est remplie.

• On calcule les bornes de l'intervalle :

$$[m-s; m+s] = [310,65-4,55;310,65+4,55] = [306,10;315,20]$$

Parmi les 20 valeurs de la série, il y en a 4 qui ne sont pas dans cet intervalle et 16 dedans.

$$\frac{16}{20} = 0.8 = 80\%.$$

La dernière condition est remplie et le lot est accepté.

=========Correction 9============

Un fabricant de pellicules photographiques a fait mesurer la sensibilité (sur l'échelle ISO) d'un lot de 1 000 pellicules prélevées dans sa production. Il obtient les résultats suivants :

Sensibilité	340	350	360	370	380	390	400	410	420	430	440	450	460
Effectif	3	8	12	41	99	195	285	193	98	43	12	9	2

- 1. Déterminer la moyenne, \bar{x} , et l'écart-type, σ , de cette série de valeurs.
- 2. Le lot de pellicules peut être mis en vente s'il respecte les deux conditions suivantes :

Condition 1:

La moyenne des sensibilités du lot est comprise entre 396 et 404 (sur l'échelle ISO).

Condition 2:

Au moins 95% des pellicules du lot ont une sensbilité comprise dans l'intervalle : $[\overline{x} - 2\sigma; \overline{x} + 2\sigma]$ (sur l'échelle ISO).

Ce lot peut-il être vendu?

Par ces conditions on cherche à déterminer si un lot est relativement conforme pour être vendu ou livré. Il y a toujours des défauts mais il n'en faut pas « trop » et qu'ils ne soient pas trop importants.

1. On a une série qui compte 1000 valeurs (Attention aux effectifs de chaque valeurs).

Moyenne:
$$\overline{x} = \frac{340 \times 3 + 350 \times 8 + ... + 460 \times 2}{1000} = 400,01$$

Pour l'écart-type on utilise un tableau avec une colonne supplémentaire pour comptabiliser les effectifs de chaque valeur :

Valeurs	Effectifs	Écarts	Carrés des écarts	Effectifs × Carrés des écarts
340	3	-60,01	3601,2001	10803,6003
350	8	-50,01	2501,0001	20008,0008
360	12	-40,01	1600,8001	19209,6012
370	41	-30,01	900,6001	36924,6041
380	99	-20,01	400,4001	39639,6099
390	195	-10,01	100,2001	19539,0195
400	285	-0,01	0,0001	0,0285
410	193	9,99	99,8001	19261,4193
420	98	19,99	399,6001	39160,8098
430	43	29,99	899,4001	38674,2043
440	12	39,99	1599,2001	19190,4012
450	9	49,99	2499,0001	22491,0009
460	2	59,99	3598,8001	7197,6002
Somme:	1000			292099,9

Variance : $V = 292099, 9 \div 1000 = 292,0999$

Écart-type : $\sigma = \sqrt{292,0999} \approx 17,09$

- 2. La condition 1 est remplie car la moyenne est de 400,01.
 - Pour la condition 2:

$$[\overline{x} - 2\sigma; \overline{x} + 2\sigma] = [400, 01 - 2 \times 17, 09; 400, 01 + 2 \times 17, 09] = [365, 83; 434, 19]$$

Il faut ensuite compter le nombre de pellicules dont la sensibilité est comprise dans cet intervalle. Soit le nombre de pellicules dont la sensibilité est comprise entre 370 inclus et 430 inclus :

$$41 + 99 + 195 + 285 + 193 + 98 + 43 = 954$$

Le plus rapide aurait été de compter celles qui ne sont pas dans l'intervalle...) $954 \div 1000 = 0,954 = 95,4\%$. La condition 2 est remplie et le lot peut être vendu.