

Parcours 2 : Comment évolue la population mondiale

Évolutions et pourcentages

Exercice 1

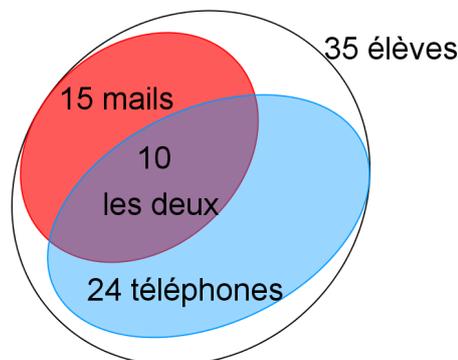
- Chaque comprimé de 2,955g d'un médicament contient 0,330g de paracétamol.
Calculer en pourcentage la proportion, de paracétamol dans ces comprimés. Arrondir à 0,1%.
- Dans une association de 375 membres, les propositions de modification des statuts doivent être approuvées par au moins 70% des adhérents pour entrer en vigueur. Quel nombre minimum d'adhérents doit voter favorablement ?
- Le salaire de Tom est de 2000€ par mois. Le montant de son loyer équivaut à 30% de son salaire.
Quel est le montant de son loyer ?
- Parmi les 35 élèves d'une classe de sixième, 15 ont une adresse mail, 24 ont un téléphone portable et 10 possèdent les deux.. Calculer la fréquence des élèves de la classe ayant un téléphone portable ou une adresse mail.

=====Correction de l'exercice 1=====

- Il y a 0,330g de paracétamol pour un poids total de 2,955g. $p = \frac{0,330}{2,955} \approx 0,112 = 11,2\%$
Il y a environ 11,2% de paracétamol dans ce comprimé.
- 70% de 375 : $\frac{70}{100} \times 375 = 0,7 \times 375 = 262,5$. Au moins 263 adhérents doivent voter favorablement.
- 30% de 2 000 sans calculatrice :
 - ☞ 30% de 100€ : 30€
 - ☞ 30% de 1000€ : 300€
 - ☞ 30% de 2000€ : 600€

Le montant de son loyer est de 600€.

- Un petit dessin pour comprendre :



- 5 élèves ont un mail et pas de téléphone
- 14 élèves ont téléphone et pas de mail
- 10 ont les deux

$5 + 14 + 10 = 29$. 29 élèves sur 35 ont un téléphone **ou** un mail
soit une proportion de $\frac{29}{35} \approx 0,829 = 82,9\%$

On peut aussi additionner : $15 + 24 = 39$ mais il faut retirer une fois les 10 élèves qui ont les deux (pour **ne pas les compter deux fois**). $39 - 10 = 29$

Exercice 2

Une entreprise dispose de deux ateliers, notés A_1 et A_2 , dans lesquels est fabriqué un certain modèle de chaussures de sport. On considère une production totale de 10 000 paires de chaussures.

60% des paires de chaussures sont fabriquées par l'atelier A_1 et le reste par l'atelier A_2 .

2,5% des paires de chaussures fabriquées par l'atelier A_1 sont défectueuses.

3% des chaussures fabriquées par l'atelier A_2 sont défectueuses.

1. Compléter, sans justification, le tableau suivant :

	Nombres de paires sans défaut	Nombres de paires défectueuses	Total
Nombres de paires provenant de A_1	$6\,000 - 150 = 5\,850$	$0,025 \times 6\,000 = 150$	6 000
Nombres de paires provenant de A_2	$4\,000 - 120 = 3\,880$	$0,03 \times 4\,000 = 120$	4 000
Total	$5\,850 + 3\,880 = 9\,730$	$150 + 120 = 270$	10 000

2. Déterminer, sous la forme d'un pourcentage :

- La proportion de paires de chaussures défectueuses provenant de l'atelier A_1 dans la production totale ;
- La proportion de paires de chaussures défectueuses provenant de l'atelier A_2 dans la production totale ;
- En déduire la proportion de paires de chaussures défectueuses dans la production totale de l'entreprise.

=====**Correction de l'exercice 2**=====

1. Voir le tableau au dessus. On commence par la dernière colonne.

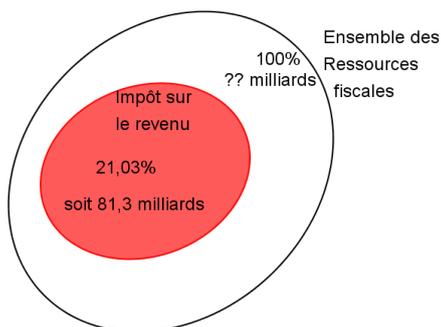
2. Déterminer, sous la forme d'un pourcentage :

- $150 \div 10\,000 = 0,015 = 1,5\%$. Dans la production totale, 1,5% de paires de chaussures sont défectueuses et proviennent de A_1 .
- $120 \div 10\,000 = 0,012 = 1,2\%$. Dans la production totale, 1,2% de paires de chaussures sont défectueuses et proviennent de A_2 .
- $1,5\% + 1,2\% = 2,7\%$. Dans la production totale, 2,7% de paires de chaussures sont défectueuses. On retrouve aussi ce résultat en faisant : $270 \div 10\,000$.

Exercice 3

En 2014, environ 21,03% des ressources fiscales de l'État proviennent de l'impôt sur le revenu ce qui représente environ 81,3 milliards d'euros. Quel est le montant des ressources fiscales de l'État pour 2014 ?

=====**Correction de l'exercice 3**=====



On peut utiliser un **tableau de proportionnalité** :

☞ 21,03% correspond à 81,3 milliards d'euros

☞ 100% correspond à ??? milliards d'euros

Proportions en %	Effectifs en milliards d'euros
21,03	81,3
100	???

$$??? = \frac{81,3 \times 100}{21,03}$$

$$??? \approx 386,6$$

Le montant des ressources fiscales de l'État pour 2014 était d'environ 386,6 milliards d'euros.

Autre méthode en utilisant la définition d'une proportion :

Notons n_E l'ensemble des recettes fiscales de l'état en euros. (*C'est ce que l'on cherche. C'est l'effectif total.*)

Notons n_A les recettes provenant de l'impôt sur le revenu en euros. $n_A = 81,3$ milliards d'euros.

Notons p la proportion des recettes provenant de l'impôt sur le revenu parmi l'ensemble des recettes fiscales de l'état. $p = 21,03\% = 0,2103$.

$$p = \frac{n_A}{n_E} \quad n_E = \frac{81,3}{0,2103}$$

On obtient une équation :

$$0,2103 = \frac{81,3}{n_E} \quad n_E \approx 386,6$$
$$0,2103 \times n_E = 81,3$$

En 2014, l'ensemble des recettes fiscales de l'état étaient d'environ 386,6 milliards d'euros.

Exercice 4

Une usine utilise 3 machines fabriquant des stylos à bille dans les proportions suivantes :

- ☞ 25% sont fabriqués par la machine A
- ☞ 40% sont fabriqués par la machine B
- ☞ Le reste par la machine C.

1% des stylos fabriqués par la machine A sont défectueux, 0,5% pour la machine B et 2% pour la C.

Quel est le pourcentage de stylos défectueux fabriqués dans cette usine ?

=====**Correction de l'exercice 4**=====

Première méthode avec un tableau : On peut imaginer une production de 10 000 stylos...

	Nombres de stylos sans défaut	Nombres stylos défectueux	Total
provenant de A		$0,01 \times 2\,500 = 25$	2 500
provenant de B		$0,005 \times 4\,000 = 20$	4 000
provenant de C		$0,02 \times 3\,500 = 70$	3 500
Total		$25 + 20 + 70 = 115$	10 000

115 stylos défectueux pour 10 000 stylos produits soit : $115 \div 10\,000 = 0,0115 = 1,15\%$.

Autre méthode : Proportion de proportion

Dans un premier temps, calculons la proportion de stylos fabriqués par la machine C : $100\% - (25\% + 40\%) = 35\%$.

- Pour la machine A : 1% de 25% donne $0,01 \times 0,25 = 0,0025 = 0,25\%$
Parmi la production totale, 0,25% de stylos sont défectueux et proviennent de la machine A.
- Pour la machine B : 0,5% de 40% donne $0,005 \times 0,40 = 0,002 = 0,2\%$
Parmi la production totale, 0,2% de stylos sont défectueux et proviennent de la machine B.
- Pour la machine C : 2% de 35% donne $0,02 \times 0,35 = 0,007 = 0,70\%$
Parmi la production totale, 0,70% de stylos sont défectueux et proviennent de la machine C.

Au total, $0,25\% + 0,2\% + 0,70\% = 1,15\%$ des stylos produits sont défectueux.

Exercice 5

Le tableau ci-dessous indique la répartition des diplômes délivrés en 2012 en France :

Diplôme	Filles	Garçons
Brevet (DNB)	339651	321490
CAP	177658	102475
BEP	62324	65183
Baccalauréat général	165826	128011
Baccalauréat technologique	65658	59463
Baccalauréat professionnel	76293	114606

Source : MEN-MESR DEPP

1. Quelle est la proportion de garçons dans l'ensemble des élèves diplômés ?
2. Quelle est celle des élèves qui ont obtenu le brevet dans l'ensemble des élèves diplômés ?
3. Parmi les filles, quel est le pourcentage de diplômées d'un baccalauréat général ?
4. Parmi les garçons, quel est le pourcentage de diplômés d'un baccalauréat technologique ?

=====**Correction de l'exercice 5**=====

1. Il nous faut donc le nombre total de garçons et le nombre total d'élèves diplômés :

- Nombre total de garçons : $321\,490 + \dots + 114\,606 = 791\,228$
- Nombre total de filles : $339\,651 + \dots + 76\,293 = 887\,410$
- Nombre total d'élèves : $791\,228 + 887\,410 = 1\,678\,638$

Ainsi, la proportion de garçons dans l'ensemble des élèves diplômés est : $\frac{791\,228}{1\,678\,638} \approx 0,471 = 47,1\%$.

2. Le nombre d'élèves ayant obtenu le brevet : $339\,651 + 321\,490 = 661\,141$

La proportion d'élèves qui ont obtenu le brevet dans l'ensemble des élèves diplômés : $\frac{661\,141}{1\,678\,638} \approx 39,4\%$

3. Parmi les filles, le pourcentage de diplômées d'un baccalauréat général est : $\frac{165\,826}{887\,410} \approx 18,7\%$

4. Parmi les garçons, le pourcentage de diplômés d'un baccalauréat technologique est : $\frac{59\,463}{791\,228} \approx 7,5\%$

Exercice 6

1. Un ordinateur coûte 950 euros. Avec 15 % de réduction, quel sera son nouveau prix ?
2. L'année dernière, Nadia a acheté un appartement d'une valeur de 125 000 €. Il paraît que le prix de l'immobilier a bondi de 7,03%. Quelle serait alors la valeur de son appartement ?
3. Un objet coûte x euros. Avec t % d'évolution, quel sera son nouveau prix ?

=====**Correction de l'exercice 6**=====

1. 15 % de réduction revient à multiplier par le prix initial par 0,85 : $950 \times 0,85 = 807,5$

Le prix final de l'ordinateur sera 807,5€.

2. $7,03\% = \frac{7,03}{100} = 0,0703$. Augmenter de 7,03% revient donc à multiplier par 1,0703 :

$125\,000 \times 1,0703 = 133\,787,5$. On peut estimer l'appartement de Nadia à 133 787,5€.

3. Un objet coûte x euros. Avec t % d'évolution, quel sera son nouveau prix ?

On calcule le coefficient multiplicateur de l'évolution : $1 + t\% = 1 + \frac{t}{100}$

Le prix final de cet objet sera : $x \times (1 + \frac{t}{100})$.

Exercice 7

Traduire par un coefficient multiplicateur :

1. augmenter de 7% $\times 1,07$
2. augmenter de 0,5% $\times 1,005$
3. diminuer de 95% $\times 0,05$
4. diminuer de 1,2% $\times 0,988$
5. le double $\times 2$
6. augmenter de 300% $\times 4$

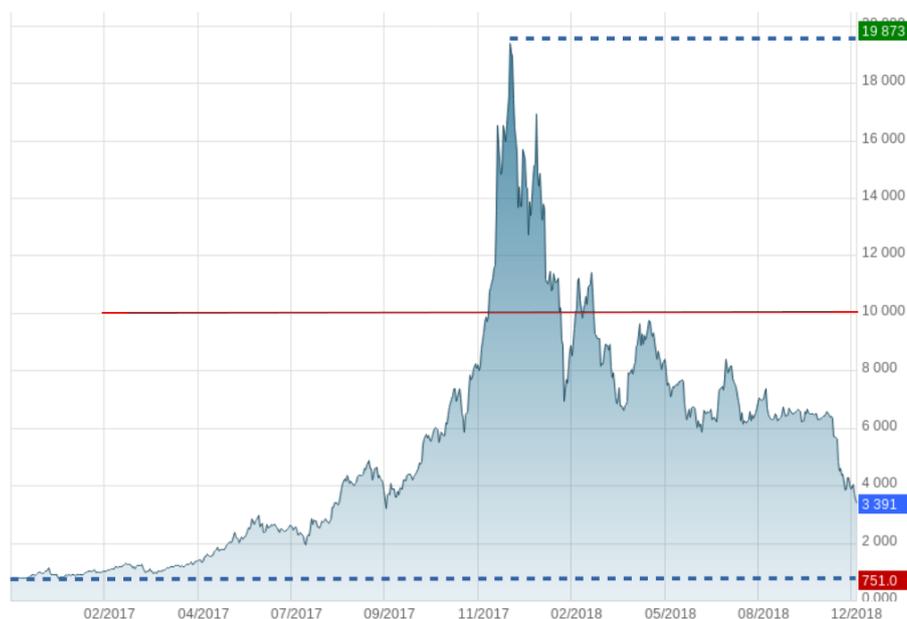
Exercice 8

Compléter le tableau suivant :

L'idée est de commencer par traduire les données avec un coefficient multiplicateur puis de l'utiliser :

Ancien prix en euros	148	345	465	462
Nouveau prix en euros	170,20	369.15	558	425,04
Coefficient multiplicateur	1,15	1,07	1.2	0,92
Évolution	+15%	+7%	+20%	-8%

Exercice 9



Cours du bitcoin sur deux ans en dollars US.

1. Calculez le taux d'évolution du cours, en dollars, du bitcoin entre le 12 décembre 2016 et son maximum atteint le 17 décembre 2017.
2. Calculez le taux d'évolution du cours, en dollars, du bitcoin entre le 17 décembre 2017 et le 8 décembre 2018.
3. Avec 100 bitcoins environ, à quelles périodes pouvait-on prétendre être millionnaire en dollars ?

=====**Correction de l'exercice 9**=====

1. Le 12 décembre 2016 : 751\$ Le 17 décembre 2017 19 873\$.

$$t_1 = \frac{19\,873 - 751}{751} \approx 25,46 = 2546\%$$

2. Le 17 décembre 2017 19 873\$ Le 8 décembre 2018 3 391\$.

$$t_2 = \frac{3\,391 - 19\,873}{19\,873} \approx -0,8294 \approx -82,3\%$$

3. $1\,000\,000 \div 100 = 10\,000$. Il faut donc regarder les périodes sur lesquelles la valeur du bitcoin était supérieure à 10 000 dollars (voir le graphique)

On trouve donc approximativement entre le 15 novembre 2017 et le 15 janvier 2018 puis entre le 5 et le 25 février 2018.

Exercice 10

Un propriétaire augmente un loyer de 4% chaque année.

1. Calculer le loyer au bout de 5 augmentations successives, connaissant le loyer initial de 165€
2. En combien d'années le loyer aura-t-il plus que doublé ?

=====Correction de l'exercice 10=====

1. On commence par calculer le coefficient multiplicateur : $CM = 1 + 4\% = 1 + 0,04 = 1,04$.

$165 \times 1,04 \times 1,04 \times 1,04 \times 1,04 \times 1,04 = 165 \times (1,04)^5 \approx 200,75$. Après cinq augmentations successives, le loyer sera de 200,75€.



Attention ! Cela ne correspond pas à une augmentation de 20% !

2. $165 \times 2 = 330$.

On teste donc avec sa calculatrice et on trouve : • $165 \times (1,04)^{17} \approx 321,40$ • $165 \times (1,04)^{18} \approx 334,26$

Le loyer aura doublé dans 18 ans.

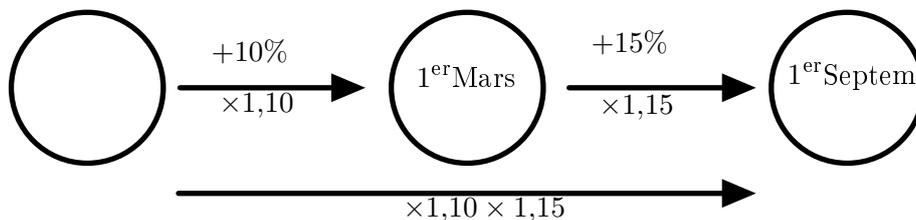
On aurait pu aussi regarder le moment où le **coefficient multiplicateur global** aura doublé :

• $(1,04)^{17} \approx 1,9479$ • $(1,04)^{18} \approx 2,0258$. Le loyer aura donc été multiplié par 2 au bout de 18 ans.

Exercice 11

Commenter l'annonce d'un journaliste "Une nouvelle hausse de 15% sur le tabac interviendra le 1^{er} Septembre qui, ajoutée à la hausse de 10% survenue le 1^{er} Mars, aura augmenté d'un quart le prix du paquet sur l'année".

=====Correction de l'exercice 11=====



Il s'agit de calculer le coefficient multiplicateur global de deux évolutions successives :

« Augmenter de 10% puis de 15% » revient à multiplier par 1,10 puis par 1,15.

Or, $1,10 \times 1,15 = 1,265$. Cela revient donc à multiplier par 1,265 soit une augmentation de 26,5% et non 25%.

Exercice 12

Dans le livre « Voici venu le temps du monde fini » d'ALBERT JACQUARD on a l'affirmation suivante :

Un accroissement d'une population de 2% par an peut sembler bien faible, il correspond pourtant à un doublement en 35 ans, donc à un quadruplement en 70 ans, à une multiplication par 7 en moins d'un siècle.

Les affirmations de l'auteur sont-elles exactes ? Justifier la réponse

=====Correction de l'exercice 12=====

Le coefficient multiplicateur d'une augmentation de 2% : $CM = 1 + 2\% = 1 + 0,02 = 1,02$.

Si l'on applique 35 fois de suite une augmentation de 2%, on va multiplier 35 fois de suite par 1,02 soit : $1,02^{35} \approx 2$.

La population aura bien doublée dans 35 ans.

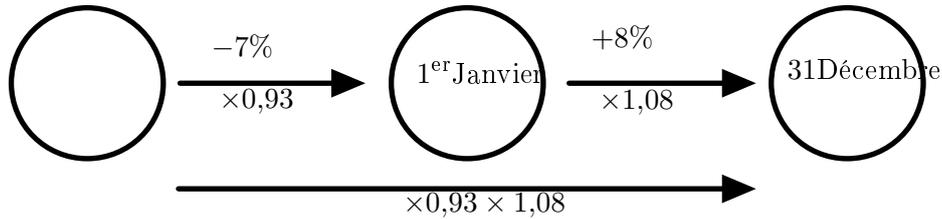
De même, $1,02^{70} \approx 4$ et $1,02^{100} \approx 7,2$.

Les affirmations de l'auteur sont donc exactes.

Exercice 13

Le nombre d'adhérents d'une médiathèque a diminué de 7% entre le 1 Janvier 2009 et le 31 Décembre 2009 et a augmenté de 8% entre le 1 Janvier 2010 et le 31 Décembre 2010. Le nombre d'adhérents a-t-il augmenté ou diminué entre le 1 Janvier 2009 et le 31 Décembre 2010 ?

=====Correction de l'exercice 13=====



Il s'agit de calculer le coefficient multiplicateur global de deux évolutions successives :

« Diminuer de 7% puis augmenter de 8% » revient à multiplier par 0,93 puis par 1,08.

Or, $0,93 \times 1,08 = 1,0044$. Cela revient donc à multiplier par 1,0044 soit une très légère augmentation de 0,44%.

Exercice 14

On s'intéresse aux évolutions successives de différentes actions, durant une semaine. La bourse :

	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi
Action A	+3%	-7%	+4%	-8%	+2%
Action B	+4%	+4%	+4%	+4%	

Une semaine comporte ici 5 jours, du lundi au vendredi.

- 1) Quel est le taux d'évolution de l'action A sur la semaine ?
- 2) Sachant que l'action B, a augmenté de 20% sur la semaine, quelle augmentation (en %) y-a-t-il eu le vendredi ?

Exercice 15

- 1) Un article coute 280 euros HT ; calculer son prix TTC.
- 2) Un article coute 203,32 euros TTC ; calculer son prix HT et le montant de la TVA.
- 3) Le montant de la TVA sur un article est 41,16 euros ; calculer son prix TTC.

Exercice 16

La population d'une ville augmente de 5% par an.

- 1) De quel pourcentage la population aura-t-elle augmenté au bout de dix ans ?
- 2) Dans combien d'années environ la population de la ville aura-t-elle triplé ?

Exercice 17

Un employé affirme que son patron gagne 66,7% de plus que lui, mais le patron prétend que son employé ne gagne que 40% de moins que lui. Qui a raison ? Expliquer.

Exercice 18

La population de lapins en Australie a baissé de 600 millions au début du XX^e siècle à 100 millions l'introduction de la myxomatose en 1950. Cela représente une baisse de% puisque la population a été divisée par

Depuis, les lapins ont développé une résistance au virus, et sont désormais aux alentours de 300 millions. Cela représente donc une augmentation de% puisque la population a été multipliée par

<http://www.futura-sciences.com/magazines/nature/infos/dossiers/d/zoologie-especes-animales-invasives-1093/page/2/>

Exercice 19

Au 1^{er} Janvier 2000, la population urbaine et la population rurale notée d'un canton sont égales à 1000 habitants. On prévoit que la première augmentera de 3,2% par an alors que la seconde diminuera de 2,8% par an. En quelle année la population urbaine deviendra-t-elle supérieure au double de la population rurale ?

Exercice 20

En 2010, Chicago comptait 2 695 598 habitants

http://en.wikipedia.org/wiki/Demographics_of_Chicago

1. A Chicago, pour environ 100 femmes, il y a 94 hommes.

Quelle est la proportion de femmes à Chicago ?

Quelle est la proportion d'hommes à Chicago ?

2. On donne ci-dessous l'évolution de la population de Chicago depuis 1840 (toujours Wikipedia)

(a) Le bureau de recensement américain (<http://www.census.gov/>) annonce une baisse de 6,9% de la population de Chicago entre 2000 et 2010. Cette information coïncide-t-elle avec les données du tableau ?

(b) En admettant que cette baisse de « 6,9% par décennie » se poursuive, estimer quand la population de Chicago passera sous le seuil des deux millions d'habitants.



Année	1840	1850	1860	1870	1880	1890	1900	1910	1920
Population	4 470	29 963	112 172	298 977	503 185	1 099 850	1 698 575	2 185 283	2 701 705

Année	1930	1940	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010
Population	3 376 438	3 396 808	3 620 962	3 550 404	3 366 957	3 005 072	2 783 911	2 893 666	2 695 598