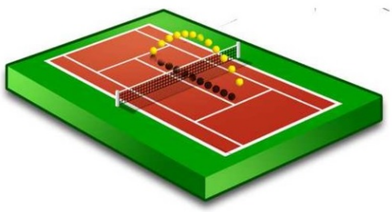
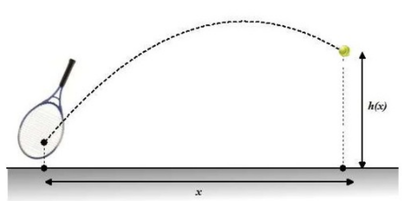
Seconde

Exercices : Équations et inéquations

Étude 1 : Tennis

Deux joueurs A et B s'affrontent sur un cours de tennis. Sur un coup de son adversaire, le joueur A reprend la balle près du sol et tente une « volée amortie ». On considère que la balle suit une trajectoire parabolique.

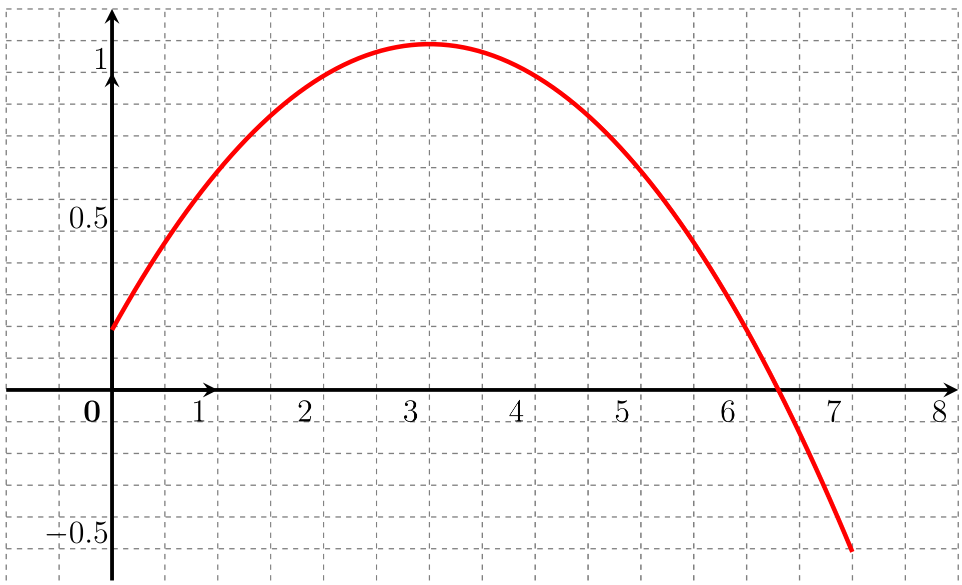




Plus précisément on considère que la hauteur de la balle en mètres, en fonction du nombre x de mètres parcourus au sol est donné (à partir de $x = 0$ et tant que la balle ne retombe pas au sol) par la fonction h définie par $h(x) = -0{,}1x^2 + 0{,}6x + 0{,}189$

Partie A : Lectures graphiques

On a tracé dans le plan muni d'un repère orthogonal la représentation graphique de la fonction h sur l'intervalle $[0\,;\,7]$.



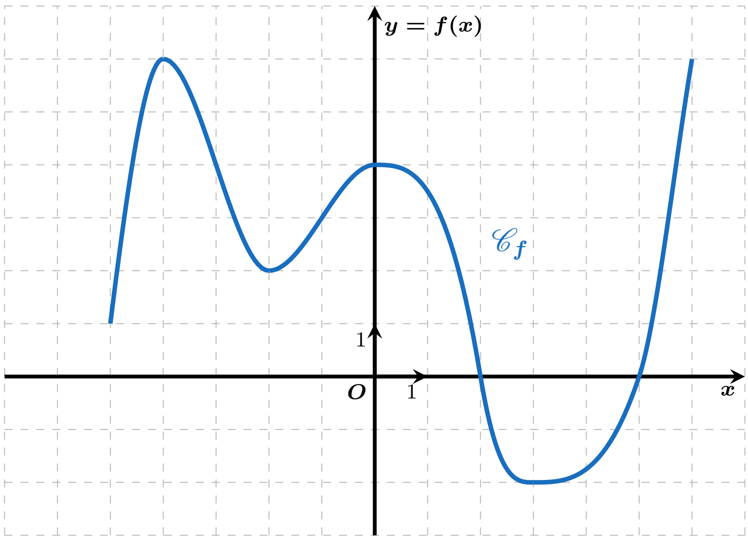
1. À quelle distance de l'endroit où elle a frappée, la balle devrait retomber au sol ?
2. Quelle sera la hauteur maximale atteinte par la balle ?

Partie B : Calculs algébriques

1. Montrer que $h(x)$ peut s'écrire sous la forme $-0{,}1(x + 0{,}3)(x - 6{,}3)$
2. Quelle est la hauteur $h(0)$ de la balle lorsque le joueur A la reprend pour tenter sa volée amortie ?
3. La balle suit une trajectoire telle qu'elle passera (ou pas) le filet quatre mètres après son point de départ. Sachant que la hauteur du filet est de 95 cm, déterminer si la balle passera le filet.
4. Déterminer la distance x pour laquelle elle retombera au sol.

⚓ Exercice 1

Soit f une fonction. On considère sa représentation graphique $\mathscr{C}_f$ ci-dessous :



1. Donner l'ensemble de définition de f.

2. Quelle est l'image de -2 par f ?

3. Quelle est l'image de 3 par f ?

4. Lire $f(-4)$.

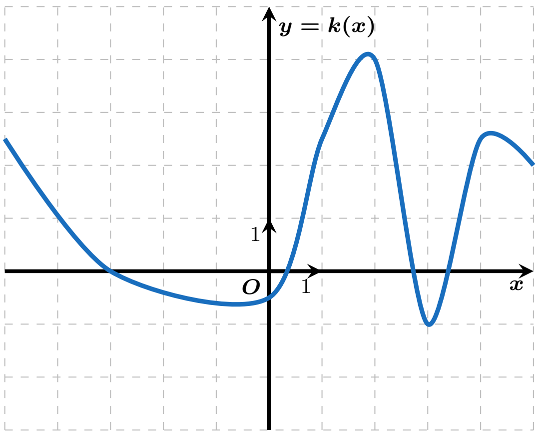
5. Résoudre l'équation $f(x) = 6$.

6. Résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant 0$.

7. Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 3{,}5$.

8. Dresser le **tableau de signe** de f.

Exercice 2



Voici la courbe représentative d'une fonction k définie sur $[-5;5]$.

Estimer les solutions des inéquations :

1. $k(x) \geqslant 3$

2. $k(x) \leqslant 1$

3. $k(x) > 0$

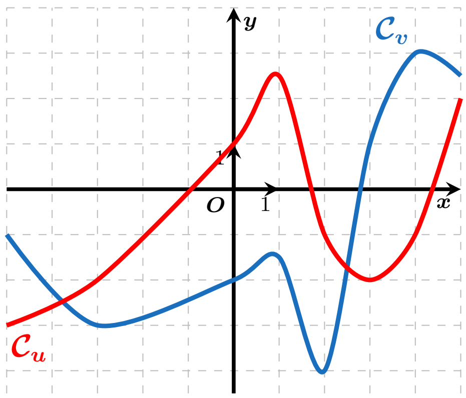
4. $k(x) < -1$

Dresser le **tableau de signe** de la fonction k.

Exercice 3

Voici les courbes représentatives de deux fonctions u et v définies sur $[-5;5]$. Estimer les solutions des (in)équations ci-dessous.

1. $u(x) = v(x)$
2. $u(x) \leqslant v(x)$



Exercice 4

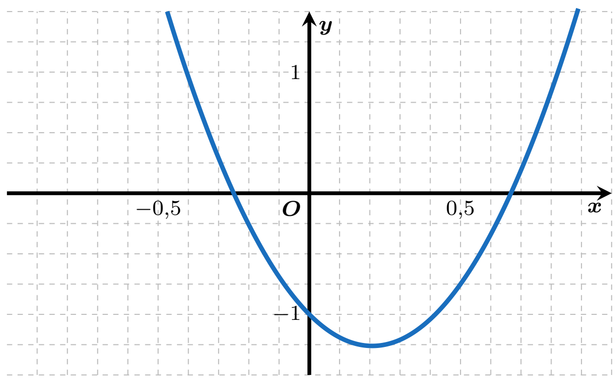
On a représenté ci-contre la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 0{,}5(3x-2)(4x+1)$$

1. Estimer graphiquement les solutions de l'équation :

$$0{,}5(3x-2)(4x+1) = 0$$

2. Vérifier ces résultats par calculs.



⚓Exercice 5

Résoudre les équations suivantes :

1. $5 - 2x = 0$
2. $10x + 1 = 19 + x$
3. $(x-3)(x+2) = 0$
4. $(x-3)(x-4) = 0$
5. $(2x+3)(1-x) = 0$
6. $x^2 = 9$
7. $x^2 - 16 = 0$
8. $x^2 + 4 = 0$
9. $12 - 3x^2 = 0$

⚓Exercice 6

Résoudre les équations suivantes :

1. $-x(5-4x) = 0$
2. $x^2 + 4x + 4 = 0$
3. $36x^2 - 12x + 22 = 21$
4. $5(6x-7)^2 = 20$
5. $(3x+4)^2 = (5x-6)^2$
6. $5x^2 = 8x$

Exercice 7

Résoudre les équations suivantes :

1. $(x-2)^2 - (x+6)^2 = 6$
2. $5x + 8 = 9x - 7$
3. $(2x+1)(x+4) + (x+4)(3-5x) = 0$
4. $(x-7)(3x-5) - (9x-4)(x-7) = 0$

⚓Exercice 8

Voici un programme de calcul :

- choisir un nombre ;
- calculer son carré ;
- prendre le quadruple du résultat ;
- ajouter -7 au résultat.

1. Vérifier que ce programme donne 9 si le nombre choisi au départ est 2.
2. Quel nombre doit-on choisir pour obtenir 2 ?

⚓Exercice 9

On considère la fonction f définie par $f(x) = 2x^2 + 74x - 420$.

1. Résoudre l'équation : $f(x) = -420$
2. Vérifier que f peut s'écrire : $f(x) = (2x-10)(x+42)$
3. Résoudre l'équation : $f(x) = 0$
4. Dresser le tableau de signe de f.

Exercice 10

Déterminer tous les nombres dont la moitié est égale à leur inverse.

Exercice 11

1. Marc choisit cinq nombres entiers consécutifs et en fait la somme. Il obtient 2 625.

   Quels sont ces nombres ?

2. Dans ma maison il y a cinq pièces pour une surface totale de 135 m^2. La surface de la pièce n°2 est le double de la surface de la pièce n°1. La surface de la pièce n°3 est le triple de la surface de la pièce n°1... La surface de la pièce n°5 est égale à 5 fois la surface de la pièce n°1.

   Quelle est la surface de chaque pièce ?

⚓Exercice 12

Soient f et g deux fonctions définies par : $f(x) = 64x^2 - 76x + 15$ et $g(x) = 4x - 10$.
On note $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ leurs courbes représentatives dans un repère.

Déterminer les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$

Étude 2 : En économie

Nadia achète ce téléphone au petit prix avec l'abonnement obligatoire de 50€ par mois.
Pierre achète ce téléphone au prix fort et conserve son abonnement de 15€ par mois.
Comparez ces deux achats.

⚓Exercice 13

Déterminer tous les nombres dont le triple est strictement supérieur à 5.

⚓Exercice 14

Recopier et compléter par $\in$ ou $\notin$:

1. $1{,}4\ldots\left[0;\sqrt{2}\right]$ **2.** $-\pi\ldots]-3;-1[$ **3.** $6\ldots\left[\frac{7}{3};+\infty\right[$ **4.** $-3\ldots]-\infty;-3{,}5[$

Exercice 15

Utiliser les intervalles pour décrire les ensembles de nombres x tels que :

1. $x<1$ et $x\geqslant -3$ **2.** $x\leqslant -2$ ou $x>1$ **3.** $x\leqslant 3{,}5$ ou $x<-1$ **4.** $x\geqslant \pi$ et $x\leqslant 3$

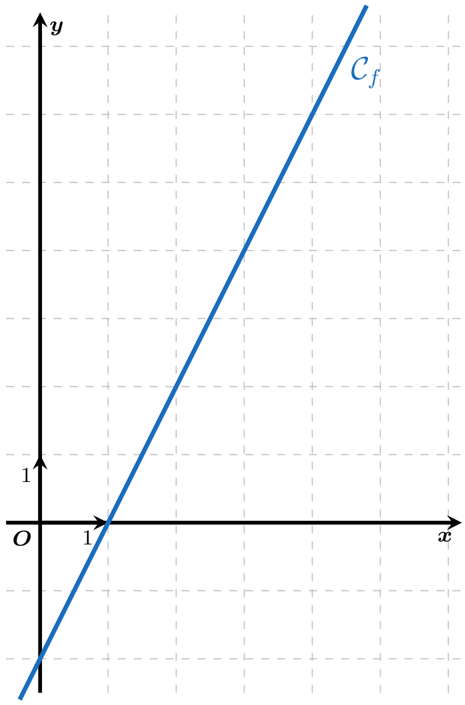
Exercice 16

Simplifier, lorsque c'est possible, l'écriture des ensembles ci-dessous.

1. $[-1;3{,}5]\cap\left[\sqrt{3};7\right]$ **2.** $]-\infty;-\pi]\cup[-3\pi;\pi[$ **3.** $[-7{,}1;2]\cap[2;+\infty[$ **4.** $[-5;0]\cup[3;+\infty[$

Étude 3 : Fonctions affines

Dans cette étude, on considère trois fonctions affines f, g et h.



1. Dans le graphique ci-contre, f est représentée par la courbe $\mathcal{C}_f$.
   Déterminer l'expression algébrique de la fonction f.
2. La courbe $\mathcal{C}_g$ représentant la fonction g passe par les points $A(1\,;\,3)$ et $B(11\,;\,9)$.
   (a) Déterminer l'expression algébrique de la fonction g.
   (b) Tracer le plus précisément possible la courbe $\mathcal{C}_g$.
   (c) Déterminer l'antécédent de 0 par g.
3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.
4. Hachurer en rouge sur le graphique l'ensemble des points $(x\,;\,y)$ vérifiant ces deux conditions :
   - $y\geq f(x)$ et • $y\leq g(x)$.

Exercice 17

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1. $x-6>8$ **2.** $8-x\leqslant 3$ **3.** $4x-7\leqslant 10x+8$ **4.** $2x+9\geqslant 3x-2$

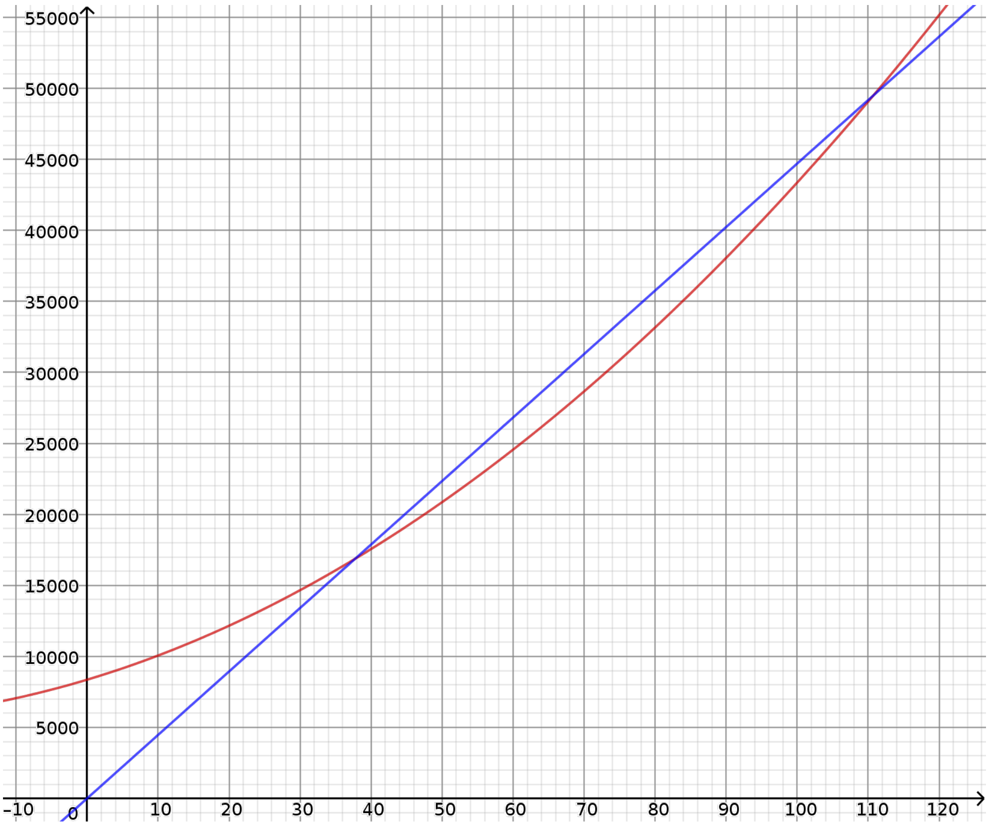
Étude 4 : En économie

Une entreprise produit et vend de la peinture. On suppose que toute sa production est vendue. En notant x le nombre de centaines de litres de produits, le coût de production exprimé en euros est donné par :

$$C(x) = 2x^2 + 150x + 8361{,}625$$

Elle vend toute sa production à 4,47€ le litre.

1. Calculer le coût de production de 1 000 litres.
2. Est-ce rentable de produire et de vendre 1 000 litres ?
3. Ci-dessous, sont représentées graphiquement la recette et le coût.
   (a) Identifier chaque courbe.
   (b) Donner une légende aux axes du graphique.
   (c) Quelle est l'expression algébrique de la recette ?
4. Pour quelles quantités produites et vendues l'entreprise réalise-t-elle des bénéfices ?



Exercice 18

Nadia fabrique des cartes d'anniversaire avec la technique du scrapbooking.
Les perforatrices et les tampons-encreurs pour les papillons et le motif joyeux anniversaire ont coûté 46,70€.
Pour chaque carte, Nadia dépense 1,54€ pour le papier cartonné, les rubans...
En supposant qu'elle les vende 4€ pièce, à partir de combien de cartes vendues Nadia dégagera-t-elle un bénéfice ?

⚓Exercice 19

Un artisan fabrique entre 0 et 60 vases par jour et estime que le coût de production de x vases est modélisé par la fonction C donnée par $C(x) = x^2 + 10x + 500$. On note $R(x)$ la recette, en euros, correspondant à la vente de x vases fabriqués. Un vase est vendu 70 €.

1. Exprimer $R(x)$ en fonction de x.
2. Calculer le coût, la recette et le bénéfice réalisée lorsque l'artisan vend 15 vases.
3. Calculer le coût, la recette et le bénéfice réalisée lorsque l'artisan vend 60 vases.
4. Vérifier que le bénéfice, en euros, réalisé par l'artisan est donné par la fonction B dont l'expression est :

$$B(x) = -x^2 + 60x - 500$$

.

5. (a) Développer l'expression : $(x - 50)(10 - x)$.

   (b) En déduire un intervalle de production sur lequel l'artisan réalise des bénéfices.

Exercice 20

Ci-contre sont donnés les tarifs, en euros, des taxis de trois capitales européennes. On supposera que la course se fera sans embouteillage.

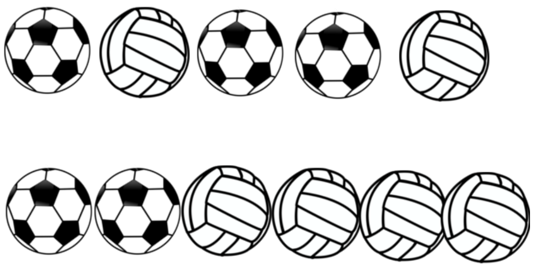
Comparer les trois tarifs.

	Prise en charge	Prix au km
Paris	3,65	1,00
Madrid	2,30	1,05
Londres	2,80	1,85

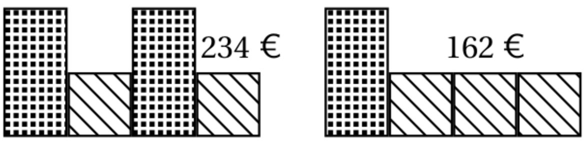
Étude 5 : Un peu de sport

☞ 3 ballons de foot et 2 ballons de volley pèsent $1\,875g$

☞ 2 ballons de foot et 4 ballons de volley pèsent $2\,050g$

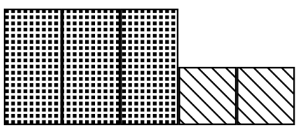


Exercice 21



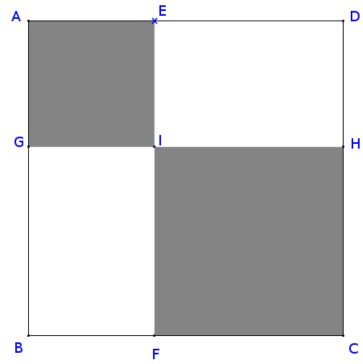
Deux compositions de meubles sont exposées en magasin, la première au prix de 234 € et la deuxième au prix de 162 €.

Quel est le prix de la composition ci-dessous ? Expliquer la démarche suivie.



Exercice 22

$ABCD$ est un carré de côté 5 cm. E est un point du segment $[AD]$.



G est le point du segment $[AB]$ tel que $AE = AG$.
La parallèle à (AB) passant par E coupe $[BC]$ en F.
La parallèle à (AD) passant par G coupe $[DC]$ en H.
(GH) et (EF) se coupent en I. On pose $AE = x$.

On étudie l'aire notée $A(x)$ de la partie grise lorsque E se déplace sur $[AB]$.

1. Quelle est la valeur de $A(x)$ si $x = 2$?

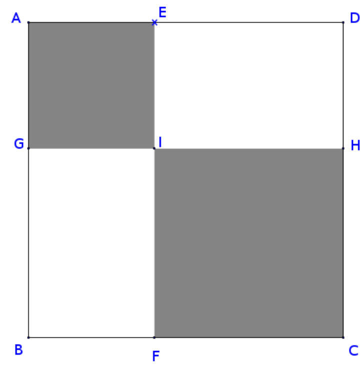
2. Quelles sont les valeurs possibles de x ?

3. Démontrer que $A(x) = 2x^2 - 10x + 25$ pour tout x.

4. Pour quelles valeurs de x l'aire grise est-elle égale à $14{,}5cm^2$?

Exercice 22

$ABCD$ est un carré de côté 5 cm. E est un point du segment $[AD]$.



G est le point du segment $[AB]$ tel que $AE = AG$.
La parallèle à (AB) passant par E coupe $[BC]$ en F.
La parallèle à (AD) passant par G coupe $[DC]$ en H.
(GH) et (EF) se coupent en I. On pose $AE = x$.

On étudie l'aire notée $A(x)$ de la partie grise lorsque E se déplace sur $[AB]$.

1. Quelle est la valeur de $A(x)$ si $x = 2$?

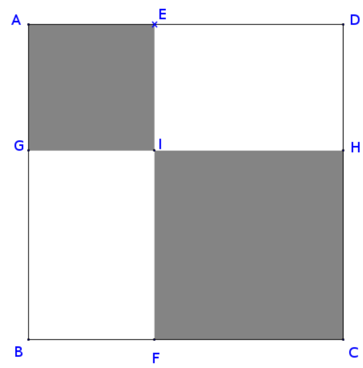
2. Quelles sont les valeurs possibles de x ?

3. Démontrer que $A(x) = 2x^2 - 10x + 25$ pour tout x.

4. Pour quelles valeurs de x l'aire grise est-elle égale à $14{,}5cm^2$?

Exercice 22

$ABCD$ est un carré de côté 5 cm. E est un point du segment $[AD]$.



G est le point du segment $[AB]$ tel que $AE = AG$.
La parallèle à (AB) passant par E coupe $[BC]$ en F.
La parallèle à (AD) passant par G coupe $[DC]$ en H.
(GH) et (EF) se coupent en I. On pose $AE = x$.

On étudie l'aire notée $A(x)$ de la partie grise lorsque E se déplace sur $[AB]$.

1. Quelle est la valeur de $A(x)$ si $x = 2$?

2. Quelles sont les valeurs possibles de x ?

3. Démontrer que $A(x) = 2x^2 - 10x + 25$ pour tout x.

4. Pour quelles valeurs de x l'aire grise est-elle égale à $14{,}5cm^2$?