Repérage dans le plan

I Coordonnées d'un point dans un repère

Repérer un point dans le plan c'est définir un repère et indiquer les coordonnées de ce point dans le repère.

Définition : *Repère*

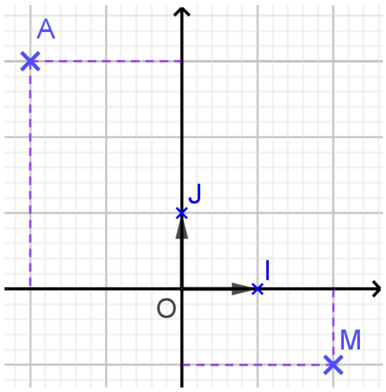
Définir un repère, c'est donner trois points O, I et J non alignés dans un ordre précis.
On note $(O; I, J)$ ce repère.

- Le point O est appelé l'**origine du repère**.
- La droite (OI) est l'**axe des abscisses** orienté de O vers I.
  La longueur OI indique l'unité sur cet axe.
- La droite (OJ) est l'**axe des ordonnées** orienté de O vers J.
  La longueur OJ indique l'unité sur cet axe.
- Lorsque les axes (OI) et (OJ) sont perpendiculaires et que les longueurs OI et OJ sont égales, on parle de repère **orthonormé**.

Exemple 1 : *Lire les coordonnées d'un point*

Dans le repère orthonormé $(O; I, J)$ ci-contre :

1) Les coordonnées du point M sont $(2; -1)$.
2) Le point A a pour coordonnées $(-2; 3)$.



II Coordonnées du milieu d'un segment

Propriété : *Milieu d'un segment*

Dans le plan muni d'un repère, on note $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$ les coordonnées de A et B. Les coordonnées du milieu du segment $[AB]$ sont données par la formule suivante :

$$\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

Remarques :

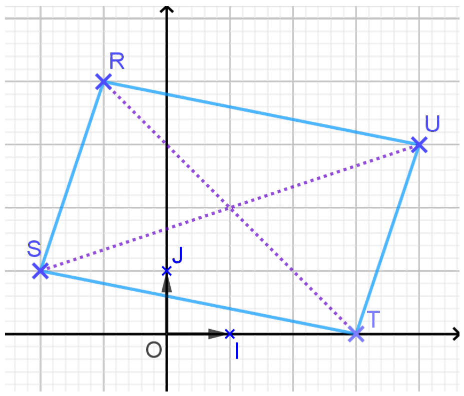
1) Cette propriété est valable dans n'importe quel type de repère.
2) Pour trouver les coordonnées du milieu, il faut donc calculer la moyenne des abscisses et la moyenne des ordonnées des extrémités du segment.

Exemple 2 : *Calculer les coordonnées d'un milieu*

1) Dans un repère $(O; I, J)$, placer les points suivants : $R(-1; 4)$; $S(-2; 1)$; $T(3; 0)$ et $U(4; 3)$.
2) Calculer les coordonnées du milieu du segment $[RT]$ puis du segment $[SU]$. Conclure.

Correction :

1) Choisissons un repère orthonormé :



2) $\dfrac{x_R + x_T}{2} = \dfrac{-1+3}{2} = 1$ et $\dfrac{y_R + y_T}{2} = \dfrac{4+0}{2} = 2.$

Les coordonnées du milieu du segment $[RT]$ sont $(1;2)$.

$\dfrac{x_S + x_U}{2} = \dfrac{-2+4}{2} = 1$ et $\dfrac{y_S + y_U}{2} = \dfrac{1+3}{2} = 2.$

Les coordonnées du milieu du segment $[SU]$ sont $(1;2)$.

Le quadrilatère $RSTU$ a ses diagonales $[RT]$ et $[SU]$ qui se coupent en leur milieu.

Donc $RSTU$ est un parallélogramme.

III Distance entre deux points

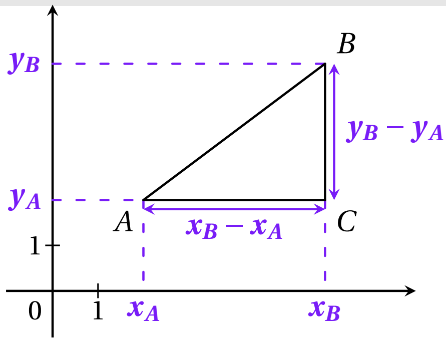
Propriété : *Distance entre deux points*

Dans le plan muni d'un repère **orthonormé**, on note $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$ les coordonnées de A et B.
La **distance** entre deux points A et B donnée par la formule suivante :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + \left(y_B - y_A\right)^2}$$

Remarques :

1) Cette propriété n'est valable que dans un repère **orthonormal**.
2) Ce calcul vient du théorème de **Pythagore** :



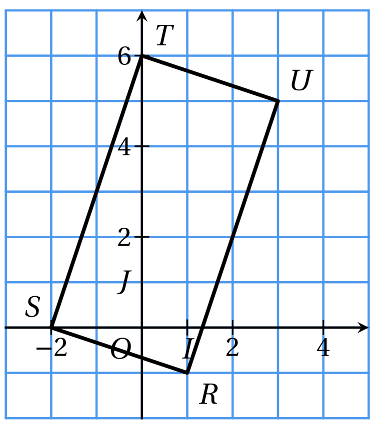
Exemple 3 : *Calculer une longueur*

Dans un repère $(O; I, J)$ orthonormal, on donne les points de coordonnées suivants :
$R(1;-1)$ $S(-2;0)$ $T(0;6)$ et $U(3;5)$

1) Placer les points dans le repère $(O; I, J)$.
2) Conjecturer la nature du quadrilatère $RSTU$. Calculer les longueurs RT et SU. Conclure.

Correction :

1) Dans le repère orthonormal :



2) Il semblerait que $RSTU$ soit un rectangle.

$RT = \sqrt{(x_T - x_R)^2 + \left(y_T - y_R\right)^2}$ $SU = \sqrt{(x_U - x_S)^2 + \left(y_U - y_S\right)^2}$

$RT = \sqrt{(0-1)^2 + (6-(-1))^2}$ $SU = \sqrt{(3-(-2))^2 + (5-0)^2}$

$RT = \sqrt{50}$ $SU = \sqrt{50}$

Or : « *Si un quadrilatère a ses diagonales de même longueur qui se coupent en leur milieu alors c'est un rectangle* ».

$[RT]$ et $[SU]$ sont les diagonales de $RSTU$ avec $RT = SU$. Il reste à vérifier qu'elles se coupent en leur milieu.

$\dfrac{x_R + x_T}{2} = \dfrac{1+0}{2} = \dfrac{1}{2}$ et $\dfrac{y_R + y_T}{2} = \dfrac{-1+6}{2} = \dfrac{5}{2};$

$\dfrac{x_S + x_U}{2} = \dfrac{-2+3}{2} = \dfrac{1}{2}$ et $\dfrac{y_S + y_U}{2} = \dfrac{0+5}{2} = \dfrac{5}{2}.$

Les coordonnées des deux milieux sont les mêmes donc il s'agit du même point.
Donc $RSTU$ est un rectangle.