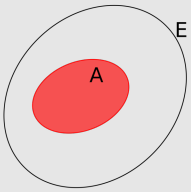
Calculer de

I Généralités

Définitions : *Proportion d'une sous-population*

Soit A une partie d'un ensemble E.
On dit que A est une **sous-population** de E et on note $A \subset E$.
On note n_E le nombre d'éléments de E, et n_A le nombre d'éléments de A.
On appelle **proportion de** A **dans** E le quotient : $p = \dfrac{n_A}{n_E}$



Remarques :

- ☞ Une **proportion** est un rapport : c'est un nombre toujours compris entre 0 et 1.
- ☞ Elle peut s'exprimer sous forme d'une **fraction**, d'un **nombre décimal** ou d'un **pourcentage** :

$$0,235 = \frac{23,5}{100} = 23,5\%$$

- ☞ Le nombre p est aussi appelé **fréquence** de A dans E, ou encore taux de A par rapport à E.
- ☞ Le nombre n_A est l'**effectif** de A, le nombre n_E est l'**effectif total**.

Exemple 1 : *Calculer une proportion*

En 2015, il y avait 1,44 milliards d'utilisateurs actifs dans le monde de Facebook dont 26 millions en France.
La proportion des utilisateurs français de Facebook était :

$$p = \frac{26000000}{1440000000} = 0,018$$

.

Donner le pourcentage d'utilisateurs français de Facebook.

Exemple 2 : *Calculer un effectif à partir d'une proportion*

Un quotidien déclare : « 3390 *personnes ont voté, c'est-à-dire* 75% *des inscrits sur les listes électorales* ».
Calculer le nombre d'inscrits.

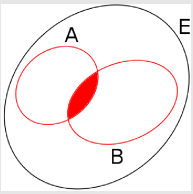
Correction : Notons n_E le nombre d'inscrits. On a donc $0,75 \times n_E = 3390$. Ainsi, $n_E = \dfrac{3390}{0,75} = 4520$.

4520 personnes sont donc inscrites sur les listes électorales et $\dfrac{3}{4}$ des inscrits ont voté.

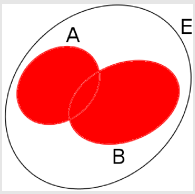
II Réunion et intersection de sous-populations

Définitions : *Union et intersection*

Soit A et B deux sous-populations d'une population E.
L'**intersection** de A et B, notée $A \cap B$ est constituée de tous les éléments communs à A et à B.
La **réunion** de A et B, notée $A \cup B$ est constituée de tous les éléments appartenant à au moins une des parties A et B.

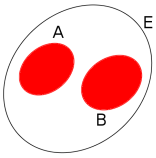


Intersection : $A \cap B$



Réunion $A \cup B$

Remarque :



Lorsque A et B n'ont aucun élément en commun, on dit qu'ils sont **disjoints**.
On note dans ce cas : $A \cap B = \emptyset$ où $\emptyset$ désigne l'ensemble vide.

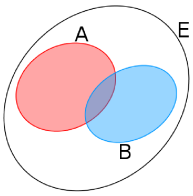
Exemple 3 :

Dans un club de sport, 22,5% des adhérents font de l'escalade, 17% font de la natation et 5,8% pratiquent les deux sports.
Quelle est la proportion des adhérents qui pratiquent l'escalade ou la natation ?

Correction :

On pose E l'ensemble des adhérents à ce club de sport, A la sous-population des adhérents qui pratiquent l'escalade et B celle des adhérents qui pratiquent la natation.

On a alors $p_A = \dfrac{22,5}{100}$ et $p_B = \dfrac{17}{100}$.



$A \cap B$ représente les adhérents pratiquant les deux sports : $p_{A\cap B} = \dfrac{5,8}{100}$

$A \cup B$ représente les adhérents pratiquant au moins un des deux sports.

Pour calculer la proportion des adhérents au moins un des deux sports, on peut additionner p_A et p_B mais dans ce cas, on aura compter deux fois les adhérents qui pratiquent les deux sports : $p_{A\cup B}$.

Il faut donc enlever une fois $p_{A\cup B}$: $p_{A\cup B} = p_A + p_B - p_{A\cap B} = \dfrac{22,5}{100} + \dfrac{17}{100} - \dfrac{5,8}{100} = 0,337$

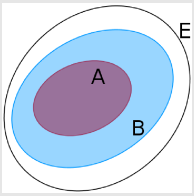
On peut conclure que 33,7% pratiquent au moins un des deux sports.

Dans ce club de sport, calculer la proportion des adhérents qui ne pratiquent que l'escalade.

III Inclusion de sous-populations

Propriété : *Proportions d'ensembles emboités*

Soient A et B deux parties de E telles que $A \subset B$.
En notant p_1 la proportion de A dans B et p_2 la proportion de B dans E,
la proportion de A dans E vaut alors $p_1 \times p_2$.



Exemple 4 : *Calculer un proportion avec une inclusion*

Dans une classe de première, il y a 30% de garçons, dont 60% ont 17 ans.
Calculer la proportion des garçons de 17 ans dans cette classe.

Correction : En notant E l'ensemble de la classe, A l'ensemble des garçons de 17 ans et B l'ensemble des garçons de cette classe, on a $A \subset B \subset E$.

Par ailleurs, on sait que $p_1 = 0,3$ et $p_2 = 0,6$.

Donc la proportion de A dans E vaut $p_1 \times p_2 = 0,3 \times 0,6 = 0,18$.

Il y a 18% de garçons de 17 ans dans cette classe.

On peut aussi retenir : « 30% de 60% $= 0,30 \times 0,6 = 0,18$ ».

Quelle est la proportion de garçons n'ayant pas 17 ans dans cette classe ?