

Évolutions

I Taux d'évolution, variation relative

Définition : Taux d'évolution

Lorsque qu'une quantité positive passe d'une valeur V_D à une valeur V_A , le **taux d'évolution** est le nombre

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D}$$

Remarques :

- ☞ Le **taux d'évolution** s'exprime sous forme d'une fraction, d'un nombre décimal ou d'un pourcentage.
- ☞ Le taux d'évolution est aussi appelé **variation relative**.
- ☞ Ce taux peut être négatif : diminution ou positif : augmentation.
- ☞ L'écart $V_A - V_D$ exprime la **variation absolue**.

Exemple 1 : Calculer un taux d'évolution

En 2004, la population française était de 62,251 millions.

En 2013, la population française était de 65,565 millions.

Sources : Insee

Quel est le taux d'évolution de la population entre ces deux années ?

Correction :

On effectue le calcul suivant : $t = \frac{V_A - V_D}{V_D} = \frac{65,565 - 62,251}{62,251} \approx 0,0532$.

Le **taux d'évolution** de la population française entre 2004 et 2013 est donc d'environ 5,32%.



En 2016, la population française était de 66,628 millions.

Calculer le taux d'évolution entre 2004 et 2016 puis entre 2013 et 2016.

II Coefficient multiplicateur

Propriété :

Lorsque qu'une quantité positive passe d'une valeur V_D à une valeur V_A , il existe un nombre réel t tel que :

$$V_A = (1 + t) \times V_D$$

- ☞ Le nombre t est appelé le **taux d'évolution** de V_D à V_A .
- ☞ Le nombre C_M défini par $C_M = 1 + t$ est appelé le **coefficient multiplicateur** de V_D à V_A .

Remarques :

- ☞ Le **coefficient multiplicateur** simplifie le calcul lors d'une évolution.
- ☞ Si le **coefficient multiplicateur** C_M est supérieur à 1, il s'agit d'une augmentation.
- ☞ Si le **coefficient multiplicateur** C_M est inférieur à 1, il s'agit d'une diminution.

Exemple 2 : Utiliser un coefficient multiplicateur

Une ville a une population de 3500 habitants en 2012. Entre 2012 et 2015, sa population augmente de 5%. Calculer sa population en 2015.

Correction :

Pour accélérer le calcul, on utilise le **coefficient multiplicateur** : $C_M = 1 + 5\% = 1 + 0,05 = 1,05$

On obtient la valeur finale en multipliant la valeur initiale par ce coefficient : $3500 \times 1,05 = 3675$

En 2015, la population de cette ville est donc de 3675 habitants.



☞ Pour calculer **une augmentation de 5%**, il suffit de multiplier par 1,05

☞ Pour calculer **une diminution de 3%**, il suffit de multiplier par 0,97



Dans cette ville, la population a **diminué de 5%** entre 2015 et 2016.
Calculer sa population en 2016.

III Évolutions successives

Propriété :

Pour deux **évolutions successives** de coefficient multiplicateur C_{M_1} et C_{M_2} , l'évolution finale a pour **coefficient multiplicateur global** : $C_{M_1} \times C_{M_2}$.

Le **taux d'évolution global** est donc : $T = C_{M_1} \times C_{M_2} - 1$.

$$\begin{array}{ccccc} V_0 & \xrightarrow{C_{M_1}} & V_1 & \xrightarrow{C_{M_2}} & V_2 \\ & & & \searrow & \\ & & & C_{M_1} \times C_{M_2} & \end{array}$$

Remarque :

Le **taux d'évolution global ne dépend pas de l'ordre** des évolutions successives.

Par exemple, une augmentation de 10% suivie d'une baisse de 15% est identique à une baisse de 15% suivie d'une augmentation de 10%.

Exemple 3 : Calculer un taux global d'évolution

Le prix d'un article, qui coûte initialement 38 euros, subit une baisse de 30% suivie d'une baisse de 20%. Calculer le taux d'évolution global de cet article.

Correction :

Calculons le coefficient multiplicateur de la première baisse : $C_{M_1} = 1 - 0,30 = 0,70$

Pour la deuxième baisse : $C_{M_2} = 1 - 0,20 = 0,80$

Le **coefficient multiplicateur global** est donc : $C_M = C_{M_1} \times C_{M_2} = 0,7 \times 0,8 = 0,56$

Ainsi, le **taux d'évolution global** est : $T = 0,56 - 1 = -0,44$.

Cela correspond à une baisse de 44%.



On constate dans l'exemple précédent que le pourcentage d'évolution correspondant à deux baisses successives n'est pas la somme des deux pourcentages de baisse (ce n'est pas 50%...). Cela vient du fait que les deux baisses ne portent pas sur le même prix.



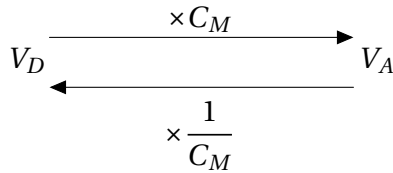
1. Calculer le prix final de cet article.
2. Si le prix de cet article subit ensuite une hausse de 40%, quel sera alors le taux d'évolution global ?

IV Évolution réciproque

Propriété :

Pour une évolutions de V_D à V_A de coefficient multiplicateur C_M , l'évolution réciproque V_A à V_D a pour coefficient multiplicateur : $C'_M = \frac{1}{C_M}$.

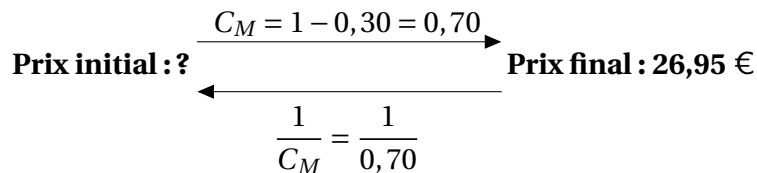
Le **taux d'évolution réciproque** est donc : $T' = \frac{1}{C_M} - 1$.



Exemple 4 : Utiliser l'évolution réciproque

Un vêtement est vendu 26,95 euros après une remise de 30%.
Quel était le prix de départ de ce vêtement ?

Correction :



Pour retrouver le prix initial, on multiplie le prix final par le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque : $26,95 \times \frac{1}{0,70} \approx 38,5$.

Le prix initial était donc d'environ 38,5 euros.

Le taux d'évolution réciproque est : $T' = \frac{1}{0,70} - 1 \approx 0,4286$.

(Ce qui correspond à une hausse de 42,86% environ pour retrouver le prix initial...)

Remarque :



On constate dans l'exemple précédent qu'une baisse de 30% **n'est pas compensée** par une hausse de 30%.

Méthodes : Évolutions et pourcentages

Durant l'année 2014, certains articles subissent une hausse de 12% puis une baisse de 4%.

Exemple 1 : Calculer un coefficient multiplicateur

Quels sont les deux coefficients multiplicateurs en jeu ?

Exemple 2 : Calculer avec un prix après une évolution

Début 2014, l'article coûte 324 euros.

Quel serait le prix d'un article après la première hausse ?

Exemple 3 : Calculer un coefficient après deux évolutions successives

Par quel nombre est multiplié le prix d'un article du début 2014 à la fin 2014 ?

Exemple 4 : Calculer avec un prix après une évolution

Début 2014, l'article coûte 453 euros.

Quel serait le prix d'un article à la fin de l'année ?

Exemple 5 : Revenir au prix de départ (évolution réciproque)

À la fin de l'année 2014, un article coûte 236 euros.

Quel était son prix début 2014 ?

Exemple 6 : Calculer un taux d'évolution (évolution réciproque)

En janvier 2015, on souhaite que tous les articles retrouvent leur prix initial de début 2014.

Quel doit être le nouveau taux d'évolution ?

(On donnera aussi le coefficient multiplicateur.)

Exemple 7 : Utiliser une formule dans un tableur

Sur cette feuille de calcul, on voudrait afficher :

- ☞ dans la colonne A les années successives jusqu'en 2017
 - ☞ dans la colonne B les populations successives d'une ville qui comptait 100 000 habitants en l'an 2000; on suppose que cette population augmente de 0,5% par an jusqu'en 2017.
- Quelles formules doit-on entrer en A3 et en B3 et recopier vers le bas ?

	A	B
1	Année	Population
2	2000	100000
3		
4		
5		
6		