Les puissances

I Les puissances de 10

I.1 Définitions

n désigne un nombre entier positif.

Définition :

➪ Pour $n \geqslant 2$, 10^n désigne le produit de n facteurs égaux à 10.

$$10^n = \underbrace{10 \times ..... \times 10}_{n \text{ facteurs}} = 1\,\underbrace{0...0}_{n \text{ zéros}}$$

➪ $10^1 = 10$ et par convention, $10^0 = 1$.

Vocabulaire : 10^n se lit « 10 **exposant** n »ou « 10 **puissance** n ».

Exemples :

☞ $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ ☞ $10^6 = 1\ 000\ 000$

Définition :

Si $n \geqslant 1$, 10^{-n} désigne l'inverse de 10^n.

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{1\,\underbrace{0...0}_{n \text{ zéros}}} = \overbrace{0,0...0}^{n \text{ zéros}}\,1$$

Exemples :

☞ $10^{-3} = \dfrac{1}{10^3} = \dfrac{1}{1\ 000} = 0,001$ ☞ $10^{-6} = \dfrac{1}{10^6} = 0,000\ 001$

I.2 Notation scientifique

Définition :

L'écriture scientifique d'un nombre décimal est la seule écriture de la forme $a \times 10^p$ où a est un nombre décimal écrit avec **un seul chiffre, autre que** 0**, avant la virgule** et p un entier relatif.

Exemple :

☞ $-2569,8 = \underbrace{-2,5698 \times 10^3}_{\text{écriture scientifique}}$ ☞ $23 = \underbrace{2,3 \times 10^1}_{\text{écriture scientifique}}$

☞ $0,047 = \underbrace{4,7 \times 10^{-2}}_{\text{écriture scientifique}}$

I.3 Règles de calcul

n et m désignent des nombres entiers relatifs.

Propriété :

Produit	Inverse	Quotient	Puissance de puissance
$10^n \times 10^m = 10^{n+m}$	$\dfrac{1}{10^n} = 10^{-n}$	$\dfrac{10^n}{10^m} = 10^{n-m}$	$(10^n)^m = 10^{n\times m}$

Exemples :

☞ $10^6 \times 10^{-4} = 10^{6+(-4)} = 10^2$

☞ $\dfrac{1}{10^{-6}} = 10^{-(-6)} = 10^6$

☞ $\dfrac{10^2}{10^{-3}} = 10^{2-(-3)} = 10^5$

☞ $(10^{-3})^2 = 10^{(-3)\times 2} = 10^{-6}$

II Puissances d'un nombre relatif

a désigne un nombre relatif et n désigne un nombre entier positif.

Définition :

➪ Pour $n \geqslant 2$, $$a^n = \underbrace{a \times ..... \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

➪ $a^1 = a$ et par convention, si $a \neq 0$, $a^0 = 1$.

Exemples :

☞ $(-7)^3 = (-7) \times (-7) \times (-7) = -343$

☞ $1^n = 1$

☞ $0^n = 0$ $(n \neq 0)$

Définition :

➪ Lorsque $a \neq 0$, $$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

➪ En particulier, si $a \neq 0$, $a^{-1} = \dfrac{1}{a}$.

Exemples :

☞ $3^{-2} = \dfrac{1}{3^2} = \dfrac{1}{9}$

Règles de calcul :

➪ $a^2 \times a^3 = a^{2+3} = a^5$

➪ $\dfrac{a^2}{a^5} = a^{2-5} = a^{-3}$ $(a \neq 0)$

➪ $(ab)^2 = ab \times ab = a \times a \times b \times b = a^2b^2$

➪ $(\dfrac{a}{b})^2 = \dfrac{a}{b} \times \dfrac{a}{b} = \dfrac{a^2}{b^2}$ $(b \neq 0)$