

Trigonométrie

I Définition

Définition

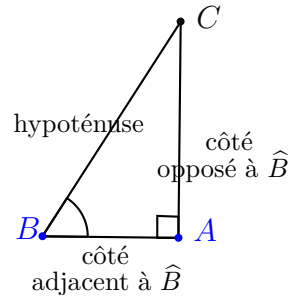
Soit ABC un **triangle rectangle** en A .

Le **cosinus**, le **sinus** et la **tangente** de l'angle aigu \hat{B} sont notés respectivement $\cos(\hat{B})$, $\sin(\hat{B})$ et $\tan(\hat{B})$ définis par :

$$\cos(\hat{B}) = \frac{\text{longueur du côté adjacent à } \hat{B}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{BA}{BC}$$

$$\sin(\hat{B}) = \frac{\text{longueur du côté opposé à } \hat{B}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$$

$$\tan(\hat{B}) = \frac{\text{longueur du côté opposé à } \hat{B}}{\text{longueur du côté adjacent à } \hat{B}} = \frac{AC}{AB}$$



II Exemples

II.1 Calcul de la longueur d'un côté d'un triangle rectangle

ABC est un **triangle rectangle** en A .

On donne $AB = 3 \text{ cm}$ et $\hat{B} = 35^\circ$.

Calculer AC .

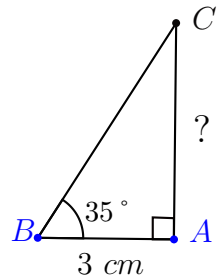
⇒ Le triangle ABC est rectangle en A .

⇒ On a $\hat{B} = 35^\circ$.

⇒ On a AB , le **côté adjacent** à \hat{B} .

⇒ On cherche AC , le **côté opposé** à \hat{B} .

On peut donc utiliser la **tangente** :



$$\tan(\widehat{B}) = \frac{AC}{BA}$$

$$\tan(35^\circ) = \frac{AC}{3}$$

On remplace les lettres par les valeurs connues

$$\frac{\tan(35)}{1} = \frac{AC}{3}$$

On effectue le produit en croix

$$\tan(35) \times 3 = AC \times 1$$

$$AC = \tan(35) \times 3$$

La calculatrice donne une valeur approchée de $\tan(35)$

Donc $AC \approx 2,1 \text{ cm}$

II.2 Calcul d'un angle aigu dans un triangle rectangle

DEF est un triangle rectangle en D .

On donne $DF = 5 \text{ cm}$ et $EF = 7 \text{ cm}$.

Calculer la mesure de l'angle \widehat{E} .

⇒ Le triangle DEF est rectangle en D .

⇒ On cherche \widehat{E}° .

⇒ On a $DF = 5 \text{ cm}$, le côté opposé à \widehat{E} .

⇒ On a $EF = 7 \text{ cm}$, l'hypoténuse.

On peut donc utiliser le sinus :

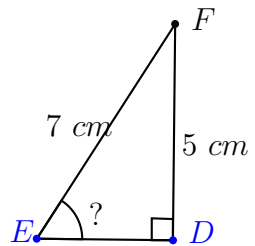
$$\sin(\widehat{E}) = \frac{DF}{EF}$$

$$\sin(\widehat{E}) = \frac{5}{7}$$

On remplace les lettres par les valeurs connues

Donc $\widehat{E} \approx 46^\circ$

On tape $\text{Asin}(\frac{5}{7})$ ou $\text{sin}^{-1}(\frac{5}{7})$ sur la calculatrice



III Propriétés

Propriétés :

Soit \widehat{A} un angle aigu.

Alors on a les égalités suivantes : $\Rightarrow \tan(\widehat{A}) = \frac{\sin(\widehat{A})}{\cos(\widehat{A})}$

$$\Rightarrow (\cos(\widehat{A}))^2 + (\sin(\widehat{A}))^2 = 1$$