Calcul littéral

I Expressions littérales

Définition :

> Une **expression littérale** est une expression dans laquelle un ou plusieurs nombres sont désignés par des lettres.

Exemples :

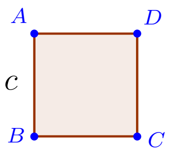
☞ Le périmètre d'un cercle est donné par la formule : $\boxed{2 \times \pi \times r}$.

- La lettre π représente un nombre dont la valeur est environ $3,14$
- La lettre r représente le rayon du cercle.

Le nombre π est fixé mais la lettre r peut prendre n'importe quel nombre positif.

Si le rayon du cercle est de $4cm$, alors on remplace r par 4 et son périmètre sera :
$2 \times \pi \times 4cm \approx 2 \times 3,14 \times 4cm = 27,28cm$.

☞ Voici un carré $ABCD$ dont la longueur d'un côté est c.



- Son périmètre peut s'écrire : $c+c+c+c$ ou encore $4 \times c$.
- Son aire peut s'écrire : $c \times c$ *(... ou encore c^2)*.

II Simplification de l'écriture d'une expression

Règle :

> On peut supprimer le signe « $\times$ » :
> - devant une lettre ;
> - devant une parenthèse.

Exemples :

☞ $4 \times c = 4c$
☞ $5 \times (x+2) = 5(x+2)$.

Remarques :

➪ $4c$ signifie : « 4 fois c » ;
➪ « 4 pommes »signifie « 4 fois une pomme » ;
➪ On n'écrit pas $1x$ mais simplement x. $\boxed{1 \times x = x}$.

W.Laidet

Notations :

- $c \times c$ se note c^2 et se lit « c **au carré** » ;
- $x \times x \times x$ se note x^3 et se lit « x **au cube** ».

Exemple :

☞ L'aire d'un carré de côté c peut s'écrire : $c \times c$ ou encore c^2.

III Réduire une expression

Règle :

On peut additionner ou soustraire deux termes si ces termes sont de la même « espèce ».

Exemples :

☞ Prenons par exemple un panier étrange dans lequel il y a :

2pommes + 3kiwis + 5euros + 5pommes − 1kiwi − 2euros.

Nous pouvons alors représenter ce panier par :

2● + 3• + 5 €+ 5● − • − 2 €

Ou plus simplement :

7● + 2• + 3 €.

☞ $2x + 3y + 5 + 5x - y - 2 = 7x + 2y + 3$.

IV Remplacer une lettre par une valeur

Exemples :

☞ Prenons par exemple un panier dans lequel il y a :

7pommes + 2kiwis + 3euros.

Si une pomme coûte 1,2 euro et un kiwi 1,6 euro alors le prix de ce panier est :
$7 \times 1,2 \text{€} + 2 \times 1,6 \text{€} + 3 \text{€} = 8,4 \text{€} + 3,2 \text{€} + 3 \text{€} = 14,6 \text{€}$

☞ De même, si $x = 1,2$ et $y = 1,6$ alors il est possible de calculer :

$$\begin{aligned} 7x + 2y + 3 &= 7 \times 1,2 \text{€} + 2 \times 1,6 \text{€} + 3 \text{€} \\ &= 8,4 \text{€} + 3,2 \text{€} + 3 \text{€} \\ &= 14,6 \text{€} \end{aligned}$$

V Distributivité

V.1 Développer une expression

Propriété :

k, a et b désignent des nombres relatifs.

$\boldsymbol{k}(a+b) = \boldsymbol{k} \times a + \boldsymbol{k} \times b$ $\qquad$ $\boldsymbol{k}(a-b) = \boldsymbol{k} \times a - \boldsymbol{k} \times b$

Exemples :

☞ Développer $A = 5(x+3)$.
$A = 5(x+3)$
$A = 5 \times x + 5 \times 3$
$A = 5x + 15$

☞ Développer $B = (2y-4) \times 6$.
$B = (2y-4) \times 6$
$B = 6 \times 2y - 6 \times 4$
$B = 12y - 24$

V.2 Factoriser une expression

Propriété :

k, a et b désignent des nombres relatifs.

$\boldsymbol{k} \times a + \boldsymbol{k} \times b = \boldsymbol{k} \times (a+b)$ $\qquad$ $\boldsymbol{k} \times a - \boldsymbol{k} \times b = \boldsymbol{k} \times (a-b)$

Exemples :

☞ Factoriser $C = 5x + 5y$.

$C = 5 \times x + 5 \times y$

$C = 5 \times (x+y)$

☞ Factoriser $D = 6a + 12$.

$D = 6 \times a + 6 \times 2$

$D = 6 \times (a+2)$

☞ Factoriser $E = 6pommes + 3kiwis$.

$E = 3 \times 2pommes + 3 \times 1kiwi$

$E = 3 \times (2pommes + 1kiwi)$

VI Notion d'égalité

Définition :

> Une **égalité** est constituée de deux membres séparés par un signe =.
> Les deux membres d'une égalité doivent avoir la même valeur.

Exemples :

☞ $\underbrace{3+5}=\underbrace{4\times 2}$

$3+5$ est le membre de gauche.
4×2 est le membre de droite.
Les deux membres ont toujours la même valeur : 8

☞ $3x+2x=5x$.

Les deux membres ont toujours la même valeur pour tous les nombres x.

Tester une égalité :

> **Pour tester une égalité :**
> - On remplace la (ou les) lettre(s) par les nombres proposés ;
> - On calcul **séparément** chacun des membres de l'égalité.
>
> Si les deux membres ont la même valeur, l'égalité est vraie **pour ces nombres**.
> Si les deux membres n'ont pas la même valeur, l'égalité n'est pas vraie **pour ces nombres**.

Exemples : On considère l'égalité $2x+1=5$.

☞ Pour $x=1$:

Membre de gauche :

$$\begin{aligned}2x+1&=2\times 1+1\\&=2+1\\&=3.\end{aligned}$$

Membre de droite : 5.
Les deux membres n'ont pas la même valeur.
Cette égalité **n'est pas vraie pour** $x=1$.

☞ Pour $x=2$:

Membre de gauche :

$$\begin{aligned}2x+1&=2\times 2+1\\&=4+1\\&=5.\end{aligned}$$

Membre de droite : 5.
Les deux membres ont la même valeur.
Cette égalité **est vraie pour** $x=2$.