Écritures littérales

I Introduction

Définition :

> Une expression littérale est une expression dans laquelle un ou plusieurs nombres sont désignés par une lettre.

Exemple : $A = x^2 + 7x + 4$ est expression littérale.

Pour $x = 3$:

$$A = 3^2 + 7 \times 3 + 4$$
$$A = 9 + 21 + 4$$
$$A = 34$$

II Développer une expression littérale

Définition :

> Développer un produit, c'est l'écrire sous forme d'une somme algébrique.

Propriétés :

> Soient k, a, b, c et d des nombres relatifs :
>
> ☞ distributivité simple : $k(a+b) = ka + kb$;
>
> ☞ distributivité double : $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$.

Exemple :

Développer puis réduire l'expression suivante avec la double distributivité :

$$E = (x-2)(5x-3)$$

➪ *On développe sans oublier la règle des signes...*

$$E = x \times 5x - x \times 3 - 2 \times 5x + 2 \times 3$$

➪ *On effectue les multiplications...*

$$E = 5x^2 - 3x - 10x + 6$$

➪ *On réduit l'expression.*

$$E = 5x^2 - 13x - 6$$

W.Laidet

III Identités remarquables

Propriétés :

Soient a, et b deux nombres relatifs :

IR1 : ☞ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

IR2 : ☞ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

IR3 : ☞ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemples :

☞ IR1 :

$$\begin{aligned}(x+3)^2 &= x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 \\ &= x^2 + 6x + 9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}101^2 &= (100+1)^2 \\ &= 100^2 + 200 + 1 \\ &= 10000 + 200 + 1 \\ &= 10201\end{aligned}$$

☞ IR2 :

$$\begin{aligned}(3x-4)^2 &= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 4 + 4^2 \\ &= 9x^2 - 24x + 16\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}99^2 &= (100-1)^2 \\ &= 100^2 - 200 + 1 \\ &= 10000 - 200 + 1 \\ &= 9801\end{aligned}$$

☞ IR3 :

$$\begin{aligned}(5x+3)(5x-3) &= (5x)^2 - 3^2 \\ &= 25x^2 - 9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}101 \times 99 &= (100+1)(100-1) \\ &= 100^2 - 1^2 \\ &= 10000 - 1 \\ &= 9999\end{aligned}$$

IV Factoriser une expression littérale

Définition :

Factoriser une somme algébrique, c'est l'écrire sous la forme d'un produit de facteurs.

IV.1 Avec un facteur commun

Règle :

k, a et b désignent des nombres relatifs.

$$\underbrace{\boldsymbol{k}a + \boldsymbol{k}b}_{\textit{somme}} = \underbrace{\boldsymbol{k}(a+b)}_{\textit{produit}} \qquad \underbrace{\boldsymbol{k}a - \boldsymbol{k}b}_{\textit{différence}} = \underbrace{\boldsymbol{k}(a-b)}_{\textit{produit}}$$

Exemples : *Factoriser les expressions suivantes :*

$A = 3x - 3y$

$A = \boldsymbol{3} \times x - \boldsymbol{3} \times y$

3 est le facteur commun, on met 3 en facteur.

$A = 3(x - y)$

$B = (x+2)(x-4) + 3(x-4)$

$B = (x+2) \times \underline{(x-4)} + 3 \times \underline{(x-4)}$

$(x-4)$ est le facteur commun, on met $(x-4)$ en facteur.

$B = \underline{(x-4)} \times [(x+2)+3]$

$B = (x-4)(x+5)$

IV.2 Avec les identités remarquables

Règle :

a et b désignent des nombres relatifs.

IR1 : ☞ $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

IR2 : ☞ $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

IR3 : ☞ $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

Exemples : *Factoriser les expressions suivantes :*

$C = 4x^2 - 25$

$C = (2x)^2 - 5^2$

c'est la forme $a^2 - b^2$ avec $a = 2x$ et $b = 5$.

$C = (2x-5)(2x+5)$

$D = x^2 + 6x + 9$

$D = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$

c'est la forme $a^2+2ab+b^2$ avec $a = x$ et $b = 3$.

$D = (x+3)^2$

$E = x^2 - 14x + 49$

$E = x^2 - 2 \times x \times 7 + 7^2$

c'est la forme $a^2-2ab+b^2$ avec $a = x$ et $b = 7$.

$E = (x-7)^2$