

Trigonométrie

Les angles orientés (après la page 2 du WIKI)

Exercice 1 :

1) Sur le cercle ci-dessous, et pour chacun des points représentés, donner la valeur des angles orientés $\left(\vec{OI}; \vec{O\dots}\right)$

2) Sur le cercle ci-dessous, donner une mesure des angles suivants :

- $\left(\vec{OA}; \vec{OE}\right)$

- $\left(\vec{OA}; \vec{OH}\right)$

- $\left(\vec{OA}; \vec{ON}\right)$

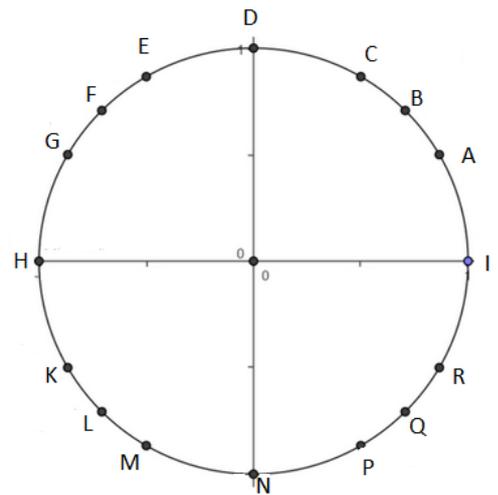
- $\left(\vec{OA}; \vec{OP}\right)$

- $\left(\vec{OD}; \vec{OC}\right)$

- $\left(\vec{OH}; \vec{OD}\right)$

- $\left(\vec{OK}; \vec{OA}\right)$

- $\left(\vec{OM}; \vec{OP}\right)$



Une nouvelle unité (après la page 3 du WIKI)

Exercice 2 :

1) Convertir en radians les mesures suivantes données en degré :

$$10^\circ \quad 53^\circ \quad 180^\circ \quad 60^\circ \quad 18^\circ$$

2) Convertir en degrés les mesures suivantes données en radians ;

$$\frac{\pi}{3} \quad \frac{2\pi}{3} \quad \frac{\pi}{4} \quad \frac{5\pi}{2} \quad \frac{3\pi}{8}$$

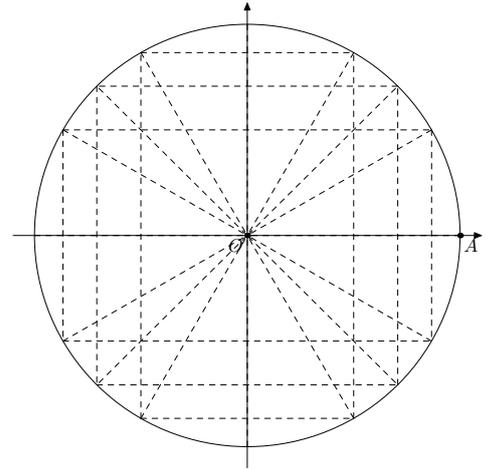
Exercice 3 :

Sur un cercle de centre O et de rayon 10 cm, un arc AB a pour longueur 5 cm. Déterminer la mesure en radians, puis en degrés de l'angle $\left(\vec{OA}; \vec{OB}\right)$

Placer un point sur le cercle trigo (après la page 4 du WIKI)

Exercice 4:

On considère le cercle trigonométrique \mathcal{C} ci-dessous, de centre O et de rayon 1.



- 1) Placer à l'aide d'une flèche ce que l'on appelle le sens direct (ou positif, ou encore trigonométrique).
- 2) Les points que l'on considère dans cette question appartiennent au cercle \mathcal{C} .

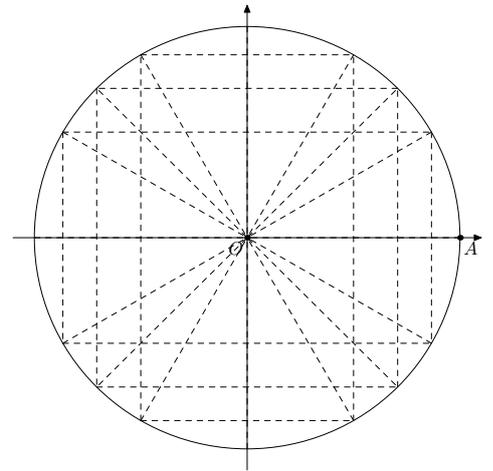
Placer les points $B, C, D \dots$ tels que :

Angle $(\vec{OA}; \vec{O?})$	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Mesure	π	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{5\pi}{2}$	$-\frac{7\pi}{4}$

Exercice 5:

On considère le cercle trigonométrique \mathcal{C} .

- 1) Placer le point B de \mathcal{C} tel que : $(\vec{OA}; \vec{OB}) = -\frac{\pi}{3}$.
- 2) Placer le point C de \mathcal{C} tel que : $(\vec{OB}; \vec{OC}) = \frac{7\pi}{6}$.
Combien vaut alors $(\vec{OA}; \vec{OC})$?
- 3) Placer le point D de \mathcal{C} tel que $(\vec{OB}; \vec{OD}) = -\frac{\pi}{2}$.
Combien vaut alors $(\vec{OA}; \vec{OD})$?



Exercice 6: Soit \mathcal{C} un cercle de centre A et B un point de \mathcal{C} .

- 1) Construire les points C, D, E et F tels que $(\vec{AB}; \vec{AC}) = \frac{\pi}{3}$, $(\vec{AB}; \vec{AD}) = \frac{3\pi}{4}$, $(\vec{AB}; \vec{AE}) = \frac{\pi}{6}$,
 $(\vec{AB}; \vec{AF}) = -\frac{3\pi}{4}$.
- 2) Déterminer une mesure (puis la mesure principale) de chacun des angles suivants :
 $(\vec{AC}; \vec{AE})$, $(\vec{AD}; \vec{AF})$, $(\vec{AF}; \vec{AC})$ et $(\vec{AF}; \vec{AE})$.

Exercice 7: Déterminer la mesure principale de chacun des angles ci-dessous :

- a) $\alpha = \frac{7\pi}{2}$ b) $\alpha = -\frac{5\pi}{3}$ c) $\alpha = \frac{37\pi}{6}$ d) $\alpha = \frac{25\pi}{4}$ e) $\alpha = \frac{205\pi}{3}$ f) $\alpha = -\frac{117\pi}{7}$.

Exercice 8:

Exprimer en radians les mesures des angles d'un triangle équilatéral et d'un triangle rectangle isocèle

Retourner les valeurs du cosinus et du sinus d'un angle (après la page 6 du WIKI)

Exercice 9 : Trouver les valeurs exactes du cosinus et du sinus des nombres donnés.

Pour cela, ne pas hésiter à dessiner un cercle trigonométrique et à l'exploiter pour relier les valeurs cherchées avec les valeurs remarquables.

- | | | |
|------------------------|----------------------|--------------------------|
| 1. a) $\frac{7\pi}{6}$ | b) $\frac{11\pi}{6}$ | c) $-\frac{13\pi}{6}$. |
| 2. a) $\frac{9\pi}{4}$ | b) $\frac{81\pi}{4}$ | c) $-\frac{107\pi}{4}$. |
| 3. a) $\frac{4\pi}{3}$ | b) $\frac{71\pi}{3}$ | c) $-\frac{97\pi}{3}$. |

Exercice 10 :

1) Parmi les cinq réels suivants, quatre ont le même cosinus, quel est l'intrus ?

- a) $\frac{\pi}{5}$ b) $\frac{9\pi}{5}$ c) $\frac{21\pi}{5}$ d) $-\frac{11\pi}{5}$ e) $\frac{14\pi}{5}$

2) Parmi les cinq réels suivants, quatre ont le même cosinus, quel est l'intrus ?

- a) $\frac{\pi}{7}$ b) $-\frac{8\pi}{7}$ c) $\frac{20\pi}{7}$ d) $\frac{13\pi}{7}$ e) $-\frac{13\pi}{7}$

Exercice 11 :

Soit $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$, tel que $\cos \alpha = \frac{3}{5}$.

1) Calculer la valeur exacte de $\sin \alpha$.

voir cours : théorème donné

2) En déduire les valeurs exactes de : a) $\sin(\pi + \alpha)$ b) $\sin(-\alpha)$ c) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ d) $\cos(\pi - \alpha)$.

Exercice 12 :

Comme exo 10

Soit $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$, tel que $\sin \alpha = \frac{1}{3}$.

1) Calculer la valeur exacte de $\cos \alpha$.

2) En déduire les valeurs exactes de : a) $\sin(\pi + \alpha)$ b) $\cos(\pi - \alpha)$ c) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ d) $\cos(-\alpha)$.

Exercice 13 :

Comme exo 10

La valeur exacte de $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.

1) Calculer la valeur exacte de $\cos \frac{\pi}{12}$.

2) En déduire les valeurs exactes du sinus et du cosinus de :

- a) $\frac{5\pi}{12}$ b) $\frac{7\pi}{12}$ c) $\frac{11\pi}{12}$.

Exercice 14 :

Calculer les expressions suivantes sans calculatrice :

$$1) \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4} + \cos \frac{5\pi}{4} + \cos \frac{7\pi}{4}.$$

$$2) \sin \frac{\pi}{5} - \sin \frac{4\pi}{5} + \sin \frac{6\pi}{5} - \sin \frac{9\pi}{5}.$$

Exercice 15:

À l'aide d'un cercle trigonométrique, trouver les réels x de l'intervalle $] -\pi ; \pi]$ tels que :

$$1) \sin x = \sin \left(-\frac{5\pi}{6} \right)$$

$$2) \cos x = \cos \frac{\pi}{4}$$

$$3) \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$4) \sin x = -\frac{1}{2}$$

$$5) \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$6) \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Exercice 16:

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$1) 2 \sin x - 1 = 0$$

$$2) \sqrt{2} \cos x - 1 = 0 .$$

$$3) 2 \cos x + \sqrt{3} = 0$$

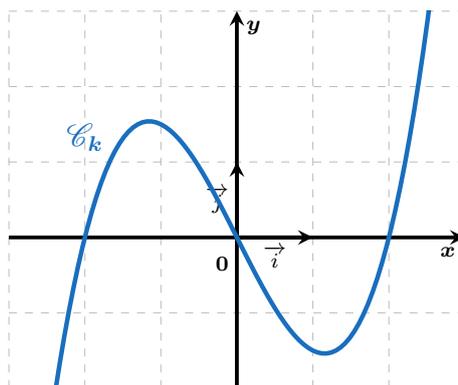
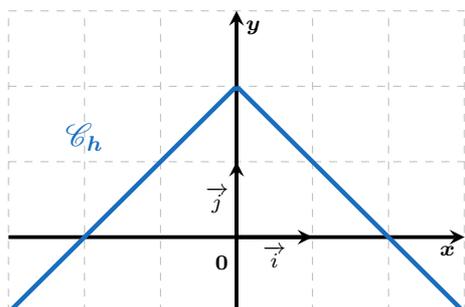
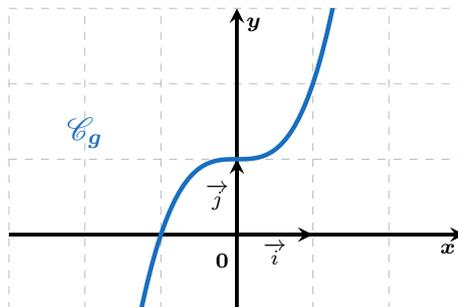
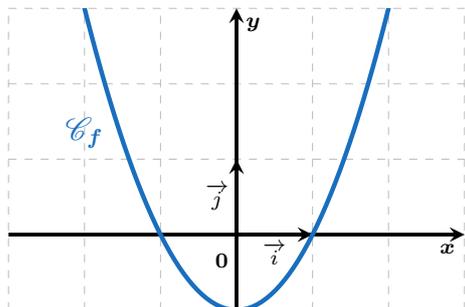
$$4) 2 \sin x + \sqrt{2} = 0.$$

on se ramènera à une équation du type $\cos x = k$ ou $\sin x = k$ avec k réel

Les fonctions trigo(après la page 7 du WIKI)

Exercice 17:

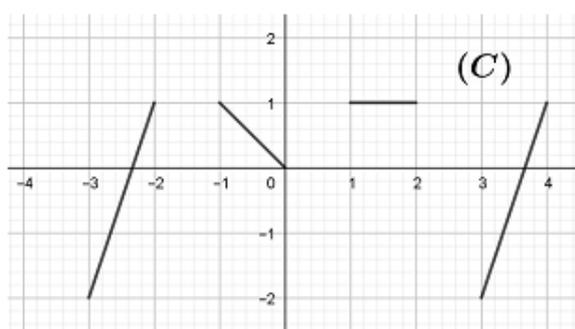
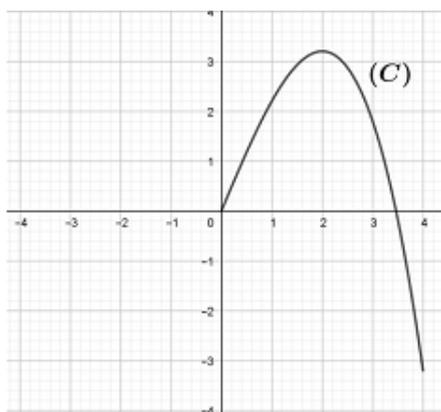
Parmi les fonctions f , g , h et k ci-dessous, préciser lesquelles semblent paires, impaires ou ni l'une ni l'autre.



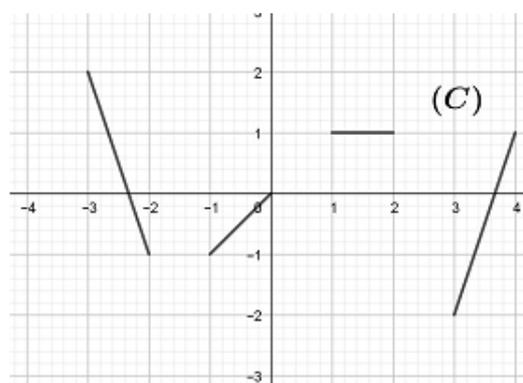
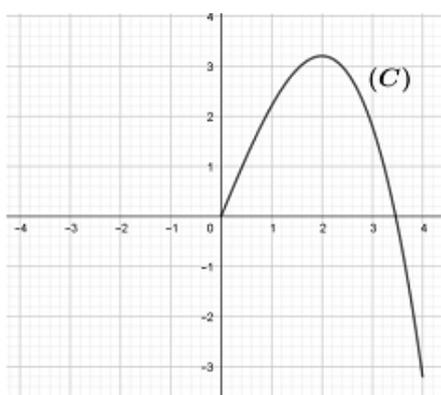
Exercice 18:

Dans chacun des cas suivants, finir de dessiner la courbe (C) représentative de la fonction f , pour que :

- 1) f soit paire sur $[-4; 4]$



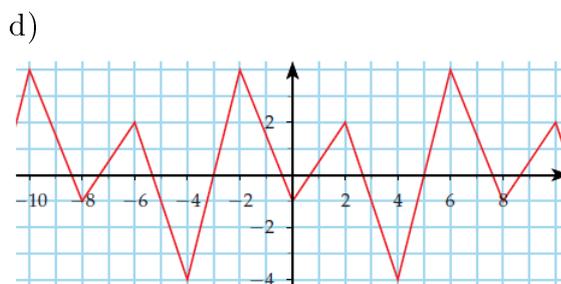
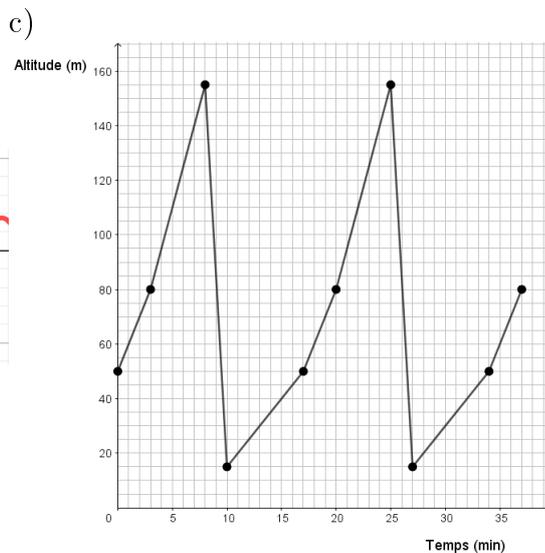
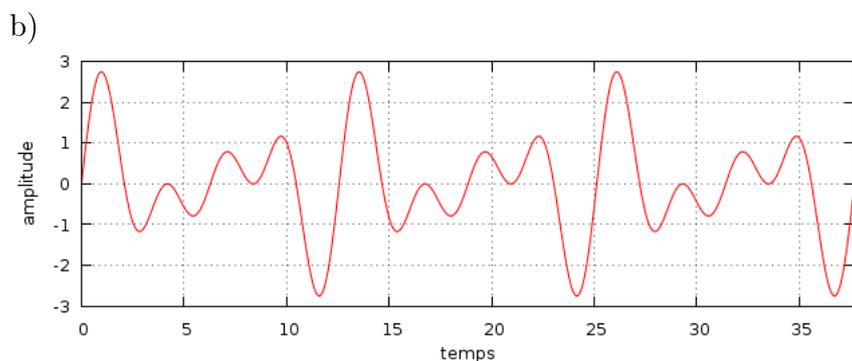
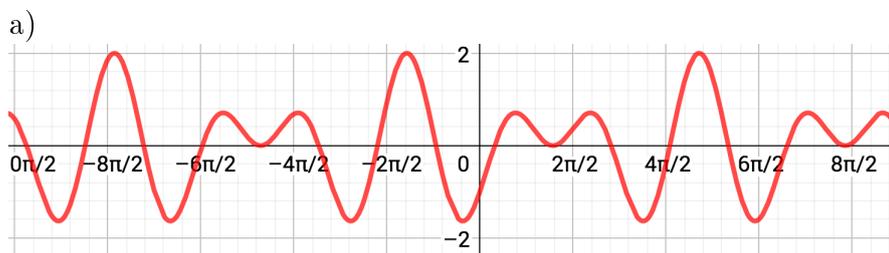
- 2) f soit impaire sur $[-4; 4]$



Exercice 19:

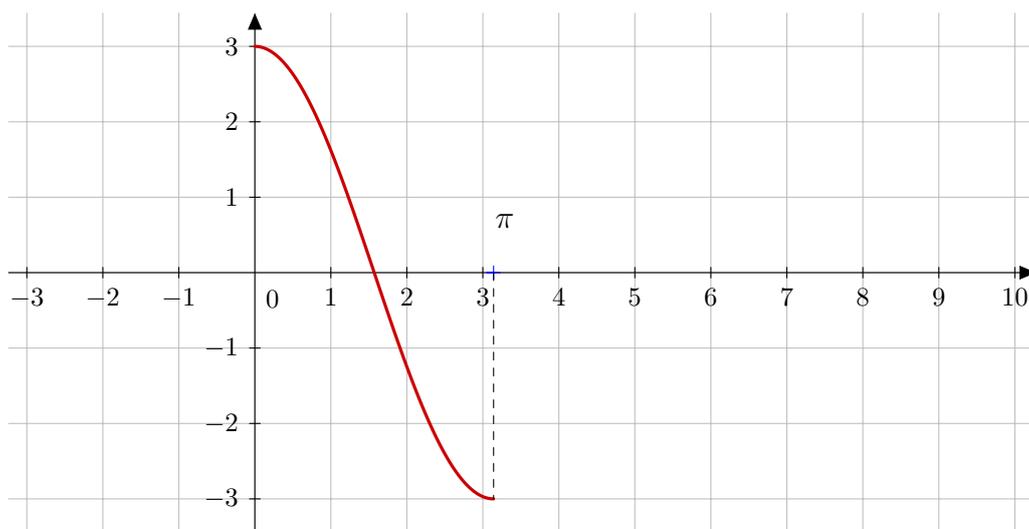
On a dessiné ci-dessous des fonction périodiques.

Mettre en évidence en couleur un morceau de courbe permettant de lire la période. Déterminer la période le plus précisément possible.



Exercice 20:

Soit la fonction f , définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3 \cos(x)$. On a tracé ci-dessous sa représentation graphique sur l'intervalle $[0; \pi]$.



- 1) Calculer $f(-x)$ et en déduire une propriété graphique de \mathcal{C}_f .
Compléter alors la courbe donnée sur $[-\pi; \pi]$.
- 2) Calculer $f(x + 2\pi)$ et en déduire une propriété graphique de \mathcal{C}_f .
Compléter alors la courbe donnée sur $[\pi; 3\pi]$.

Exercice 21 :

On considère la fonction cosinus, et \mathcal{C} sa courbe représentative sur l'intervalle $[-\pi ; \pi]$.

- 1) Quelle est l'ordonnée du point M de cette courbe d'abscisse $\frac{3\pi}{4}$?
- 2) Existe-t-il sur cette courbe un autre point de cette courbe ayant la même ordonnée que le point M ?
Quelle est l'abscisse de ce point ? Justifier.

Exercice 22 :

On considère la fonction sinus, et \mathcal{C} sa courbe représentative sur l'intervalle $[-\pi ; \pi]$.

- 1) Quelle est l'ordonnée du point M de cette courbe d'abscisse $\frac{2\pi}{3}$?
- 2) Justifier que le point $N(-x_M ; -y_M)$ appartient également à la courbe \mathcal{C} .

Exercice 23 :

Les deux questions sont indépendantes.

- 1) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \cos(x) + \sin(x)$.
 - a) Montrer que f n'est ni paire, ni impaire.
 - b) Montrer que f est 2π périodique. Interpréter graphiquement.
 - c) Montrer que pour tout réel x , on a : $-2 \leq f(x) \leq 2$.
- 2) Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = \cos(3x) + 1$.
 - a) Montrer que g est paire.
 - b) Montrer que g est $\frac{2\pi}{3}$ périodique. Interpréter graphiquement.
 - c) Montrer que pour tout réel x , on a : $0 \leq g(x) \leq 2$.

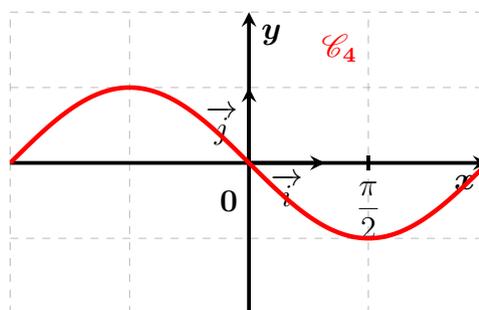
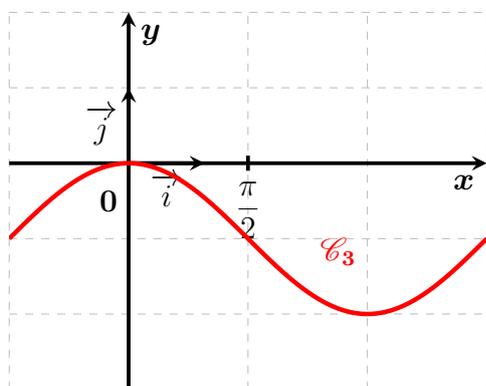
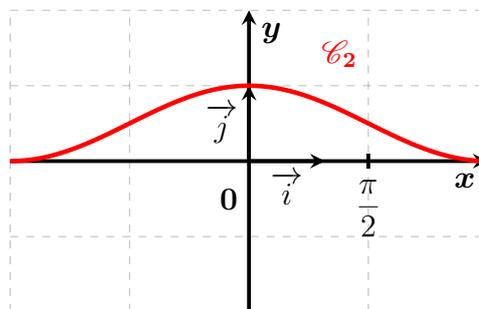
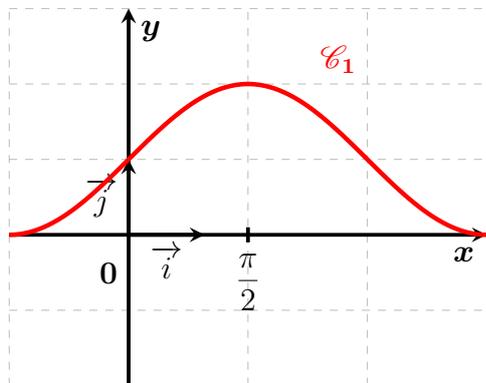
Exercice 24 :

- 1) On définit la fonction f sur \mathbb{R} par $f(x) = \cos(x) - \sin(x)$.
Représenter la fonction définie par $g(x) = (f(x))^2 + (f(-x))^2$ à l'aide de la calculatrice.
- 2) Quelle conjecture peut-on faire ?
- 3) Démontrer ce résultat par le calcul.

Exercice 25 :

Associer chacune des fonctions suivantes à une des courbes représentatives proposées :

a) $f(x) = \frac{1}{2}(\cos(x) + 1)$ b) $g(x) = \cos(x) - 1$ c) $h(x) = 1 + \sin(x)$ d) $k(x) = -\sin(x)$



Exercice 26 : Étude de la fonction $f(x) = \sin(2x)$

- 1) a) Montrer que f est impaire.
b) Montrer que f est périodique, de période π .
- 2) D'après la question 1), il faut étudier la fonction sur l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Comment pourra-t-on alors déduire la courbe représentative de f sur $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$ connaissant la portion sur l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$? Et sur $[-\pi; \pi]$?
- 3) Compléter le tableau ci-dessous :

x	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2}$
$f(x)$									

- 4) Construire la courbe représentative de f sur l'intervalle $[-\pi; 3\pi]$.